

LDDR – Niveau 1 : Calcul Littéral

Exercice 23. Simplifiez autant que possible les expressions suivantes à l'aide des règles de calcul et donner si possible le résultat sous forme d'une seule puissance :

$$\begin{array}{ll} a) a^2 \cdot a^3 \cdot a^5 & d) \frac{a^3}{a^{-9}} \\ b) x^{-27} \cdot x^{12} & e) y^{x-4} \cdot y^{6-x} \\ c) \frac{z^{-7}}{z^{-4}} & f) \frac{\frac{2^{3n}}{2^{2n}}}{2} \end{array}$$

Exercice 24. Même exercice.

$$\begin{array}{lllll} a) (-x)^3 \cdot x^5 & b) \frac{1}{3^5} & c) 2^n + 2^n & d) \frac{a^{n+1}}{a^{n-1}} & e) \frac{9y^5 \cdot (y^2)^3}{(3y)^2 \cdot y^9} \\ f) \frac{(-x)^{2n}}{x} & g) \frac{1}{x^{-5}} & h) \frac{(x^3y)^2y^4}{(x^2y)^3} \div y & i) x^{5-n} \cdot \frac{x^{n-2}}{x^3} & j) \frac{a^4 \cdot (a^2)^{-1}}{(a^2 \cdot a^{-3})^{-1}} \\ k) (z^{-3})^{-n} & l) \frac{x^{-11}}{x^{-12}} & m) \frac{y^{-n}}{y^{-(n+1)}} & & \end{array}$$

Exercice 25. Même exercice :

$$\begin{array}{ll} a) (-3x^2)^3 & g) \frac{a^{-2}b^{-10}}{a^7b^{-8}} \cdot \frac{a^4b^{-3}}{(a^{-3}b)^{-2}} \\ b) ((-2xy^2)^4)^3 & h) (x+a)^2 : (x+a)^{-3} \cdot (x+a)^4 \\ c) (t^{x-4})^2 \cdot (t^{6-x})^2 & i) \frac{(x^4y^3)^n}{(x^2y^4)^{2n-1}} \\ d) \frac{54a^3x^5y^2}{18a^{-4}xy^8} & j) \frac{(27a^6b^3)^{n+1}}{(3a^2b)^{3n+3}} \\ e) \left(\frac{x^3}{y^4}\right)^6 \cdot \left(\frac{x^2b^{-3}}{y^{-1}}\right)^{-3} & k) \left(\frac{a^{-3}}{a^{-4}}\right)^2 \cdot \left(\frac{a^3}{a^4}\right)^{-2} \\ f) \frac{(a^2 \cdot b)^3 \cdot a^4}{(a \cdot b^3)^3} & l) \frac{(8a^7b^4)^3}{(4a^5b^2)^4} \end{array}$$

Exercice 26. Calculez mentalement : a) $\sqrt[4]{81}$ b) $\sqrt[3]{1000}$ c) $\sqrt[3]{0,001}$ d) $\sqrt[4]{13^4}$

Exercice 27. Simplifiez au maximum l'écriture des nombres : $\sqrt{72}$, $\sqrt{1875}$, $\sqrt{200}$ et $\frac{2}{\sqrt{2}}$.

Exercice 28. Même exercice :

$$a) \sqrt{800} \quad b) \sqrt{27} \cdot \sqrt{3} \quad c) \frac{2}{\sqrt{20}} \quad d) \frac{3}{\sqrt{3}} \quad e) \frac{1}{3 - \sqrt{2}} \quad f) \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} \quad g) \frac{(\sqrt{5} - 1)^2}{\sqrt{5} - 3}$$

* **Exercice 29.** *Même exercice :*

$$a) \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$d) \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{15}}$$

$$b) \frac{5}{\sqrt{5}}$$

$$e) \frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{3}}$$

$$c) \frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{3}}$$

$$f) \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{15}}$$

* **Exercice 30.** *Même exercice :*

$$a) \frac{4}{3 - \sqrt{3}}$$

$$e) \frac{\sqrt{6}}{-\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$b) \frac{\sqrt{7}}{6 + \sqrt{7}}$$

$$f) \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

$$c) \frac{18}{4 - \sqrt{7}}$$

$$g) \frac{7 - 5\sqrt{15}}{3 - 2\sqrt{15}}$$

$$d) \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$$

$$h) \frac{7\sqrt{5} - 5\sqrt{7}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$$

Exercice 31. *Calculez sans machine.*

$$a) 25^{\frac{1}{2}} \quad b) 9^{3/2} \quad c) 1024^{0,1} \quad d) \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad e) \frac{1000^{2/3}}{125^{2/3}} \quad f) 9^{\frac{3}{4}} \cdot 9^{-\frac{1}{4}}$$

* **Exercice 32.** *Écrivez les expressions suivantes à l'aide de racines et simplifiez autant que possible :*

$$a) 5^{\frac{1}{2}}$$

$$g) 25^{0,5}$$

$$b) 2^{\frac{4}{5}}$$

$$h) \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$c) 7^{\frac{31}{40}}$$

$$i) \left(\frac{27}{9}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$d) 1024^{\frac{1}{10}}$$

$$j) 2^{-\frac{1}{2}}$$

$$e) 0^{\frac{1}{5}}$$

$$k) 7^{\frac{-1}{3}}$$

$$f) 36^{\frac{3}{2}}$$

$$l) 4^{-\frac{5}{3}}$$

Exercice 33. *Écrivez comme une puissance à exposant rationnel et simplifiez autant que possible :*

$$a) \sqrt[12]{25^6} \quad b) \sqrt{2^4} \quad c) \sqrt[4]{4^2} \quad d) \sqrt[3]{7^8} \quad e) \sqrt[5]{2^{15}} \quad f) \sqrt[3]{\frac{7}{7}} \quad g) \sqrt[6]{\sqrt[4]{2^{10}}}$$

* **Exercice 34.** *Même exercice :*

$$\begin{array}{ll}
 a) \sqrt[4]{27} & f) \frac{1}{\sqrt[n]{a^{2n-1}}} \\
 b) \sqrt[3]{a^n} & g) \left(\sqrt[5]{a^6}\right)^{15} \\
 c) \frac{1}{\sqrt[5]{x^7}} & h) \left(\sqrt{x^4}\right)^{2n} \\
 d) \frac{1}{\sqrt{27}} & i) \sqrt[2n-1]{a^{4n-2}} \\
 e) \sqrt[4]{b^8} & j) \left(\sqrt[n]{a^p}\right)^{nm}
 \end{array}$$

Exercice 35. *Simplifiez au maximum :*

$$\begin{array}{lllll}
 a) \sqrt[4]{a^8} & b) \sqrt[n]{a^{3n}} & c) \sqrt[2n]{x^n} & d) \left(\sqrt[3]{x^2}\right)^6 & e) \left(\sqrt[3]{a^n}\right)^3 \\
 f) (\sqrt{a})^{2n} & g) \frac{\sqrt[6]{x^5}}{\sqrt{x}\sqrt[3]{x}} & h) \frac{\sqrt[3]{a^4}}{\sqrt{a}} & i) \frac{\sqrt{9xy^2}}{3x^{1/2}\sqrt{y^{-5}}}
 \end{array}$$

* **Exercice 36.** *Calculez :* $12^{100} \cdot 6^{-149} \cdot (\sqrt{1,5})^{100}$

Exercice 37. *Réduisez les expressions suivantes :*

$$\begin{array}{ll}
 a) 3x - 2x + 5x - 2x + 4x - 3x & *c) 2ab - 3ab + 5ba - 14ab + ba \\
 b) 5b^2 - b^2 - 4b^2 & *d) (2b)^3 - b^3 + 2b^3
 \end{array}$$

Exercice 38. *Calculez la somme, la différence et le produit des polynômes suivants :*

$$a) P(x) = 2x^3 + 1 \quad \text{et} \quad Q(x) = -2x^3 + 3x^2 - 7,$$

$$*b) P(x) = x^2 + x + 1 \quad \text{et} \quad Q(x) = x - 1.$$

Exercice 39. *Calculez la valeur des expressions suivantes pour $x = 2$ et $x = -3$:*

$$\begin{array}{l|l}
 A(x) = \left([(x+5)x+3]x-8 \right)x+3 & *C(x) = x(1-x[1-x(1-x)]) \\
 B(x) = \left([(x+5)x+3](x-8) \right)x+3 & *D(x) = (4-[5-(6+x)x])x
 \end{array}$$

Exercice 40. *Réduisez les expressions suivantes au maximum :*

$$a) 4 - (5 + x) \quad b) -a \cdot b \cdot a \cdot (-a)(-b) \quad c) -(-(a + 2b) + c)$$

Exercice 41. *Vrai ou faux ? Si $x \neq 0$ alors $-x^2$ est toujours négatif.*

Exercice 42. Effectuez puis réduisez les expressions suivantes :

$$\begin{array}{ll} a) (3a - 2b + c) - (-3a - 2b - c) & *c) 18x - [7x - (8x - y)] \\ b) 4x^2 + 3y - (6x^2 - 2y) & *d) 25x - \{13x - [24x - (5x + 3y) - (7x - y)] + (24x - 2y)\} \end{array}$$

Exercice 43. Effectuez les produits suivants :

$$\begin{array}{ll} *a) 2a \cdot (3a^2 + 7z) & *e) (4y - 1) \cdot (4y^2 - 2y + 6) \\ b) -3c^2 \cdot (-2x - 5c^2) & f) x \cdot (x + 1) \cdot (x^2 - x - 1) \\ *c) (3x - 7) \cdot (2y - 5) & g) (2a + 1) \cdot (3a - 1) \cdot (2a - 3) \\ *d) (-2x + 1) \cdot (y - 2) & h) (a + b + c) \cdot (a - b - c) \end{array}$$

* **Exercice 44.** Vérifiez les identités remarquables suivantes :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

* **Exercice 45.** Développez à l'aide des identités remarquables puis réduisez :

$$\begin{array}{ll} a) (4x + 7y)^2 & f) (-x + 1)(-x - 1) \\ b) 4(2x + y)^2 & g) (2x + 3y)^3 \\ c) (3x - 2y)^2 & h) 2(7x^2 + 4y)^3 \\ d) (5x^4 - 3x)^2 & i) (3x - 8)^3 \\ e) (xy^2z - 5)(xy^2z + 5) & j) (4x^2 - 3x^3)^3 \end{array}$$

Exercice 46. Développez et réduisez :

$$\begin{array}{lll} a) (-1 + 5x)^2 & b) (a + 2b)(7a - 5b) & c) 1 - (x + 1) + 2(x - 1) \\ d) (x^2 + 1)^2 & e) -2x(x - 3)(4 - 2x^2) & f) (x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1) \\ g) (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 & h) (-x - y)^2 & i) (2a + 3)(2a - 3) \\ j) 3(x + y)^2 & k) [3(x + y)]^2 & l) (x + \frac{1}{x})(x - \frac{1}{x}) \end{array}$$

Exercice 47. *Factorisez au maximum :*

a) $3a - 12ab$

c) $4b^3 + 12b^5$

b) $4a^2b - 2a^3c + 6av$

d) $18abc + 30a^2b$

* **Exercice 48.** *Même exercice :*

a) $xyz + x^2yz - xy^2z + 2xyz^2$

e) $(5x + 2y) - 2x(2y + 5x)^2 + 7(5x + 2y)$

b) $3x^2 + 2xy + 6x + 4y$

f) $(2x - 1)^2 - 3(2x - 1)(x + 2) + (x + 4)(2x - 1)$

c) $1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5$

g) $(2x - 1)^2 + (2xy - y)$

d) $2(x + 1)^2 + 4(x + 1)$

h) $(2x + 2)^2 + (x + 1)$

Exercice 49. *Complétez :*

a) $64x^2 + \dots \cdot x + \frac{1}{9} = (\dots + \dots)^2$ c) $\left(\frac{1}{3}x + \dots\right)^2 = \dots + 4x + \dots$

b) $9x^2 - 24x + \dots = (\dots - \dots)^2$ d) $\left(\frac{1}{5}x + \dots\right)^2 = \dots + \frac{3}{10}x + \dots$

* **Exercice 50.** *Même exercice :*

a) $4x^2 + \dots + \dots = (\dots + 5)^2$

b) $\dots + 14x + \dots = (x + \dots)^2$

c) $x^2 - \dots + 100 = (\dots - \dots)^2$

d) $(3x + \dots)^2 = \dots + \dots + 25$

e) $64 + \dots + 9x^4 = (\dots + \dots)^2$

f) $\dots - 12x + 4 = (\dots - \dots)^2$

g) $x^2 - 16 = (\dots - \dots)(\dots + \dots)$

h) $(2x - \dots)^2 = \dots - 24x + \dots$

Exercice 51. *Factorisez au maximum :*

a) $x^2 + 2xy + y^2$

d) $x^2 + xy + \frac{y^2}{4}$

b) $4x^2 + 4x + 1$

e) $uv^4 - 100u$

c) $16z^2 - 8z + 1$

f) $x^3 + 2x^2y + xy^2$

Exercice 52. *Même exercice :*

a) $x^2 + 5x + 6$

e) $x^2 + 15x + 56$

b) $x^2 + 3x + 2$

f) $x^2 + 2x - 3$

c) $x^2 + 7x + 12$

g) $x^2 + x - 12$

d) $x^2 + x - 30$

h) $x^2 + x - 56$

Exercice 53. *Même exercice :*

a) $10ab + 15ac - 5a$

b) $1 - 16x^2$

c) $49x^2 + 14xy + y^2$

d) $a(x + y) + b(x + y)$

e) $x^2 - 18x + 9$

f) $x^2 + x - 12$

g) $p^3 - 4p^2 + 4p$

h) $-z^2 - z + 42$

i) $5y^2z - 45z$

j) $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x - 5$

k) $(x^2 + 1)(x - 5) + 2x(x - 5)$

l) $3bx^2 + 15bx - 42b$

m) $(2x + 1)(x - 2) + x(2x + 1)$

Exercice 54. Effectuez et simplifiez au maximum :

$$\begin{array}{lll}
 a) \frac{a}{2} - \frac{a}{3} + \frac{a}{6} & b) \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{2a} & c) \frac{1}{4b} - \frac{1}{2b} \\
 d) \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x^2} & e) \frac{x-3}{10} \cdot \frac{15}{x-3} & f) \frac{a(x+1)}{9x} \cdot \frac{3}{2x+2} \\
 g) \frac{5x+5y}{x} \div 5 & h) \frac{e-1}{e+2} \div \frac{1}{(e+2)^2} & i) (x+5) \cdot \frac{x}{x^2+10x+25} \\
 j) -\frac{2b^3}{5} \div \frac{b^2}{20} & k) -\frac{d}{7} \div \left(-\frac{7}{d}\right) & l) \frac{x^2+2x+1}{x-4} \cdot \frac{x^2-6x+8}{x^2-1} \\
 m) \frac{x+y}{2} - \frac{y-x}{3} & n) \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2-1} & o) \frac{1-\frac{1}{x-1}}{x-2} \\
 p) \frac{x}{x+y} + \frac{x}{x-y} & q) \frac{1}{x-y} - \frac{2y}{x^2-y^2} & r) \frac{3}{t-3} - \frac{2}{t+3} - \frac{12}{t^2-9} \\
 s) \left(2 + \frac{1}{a}\right) \div \left(1 + \frac{2}{a}\right) & t) \left(\frac{3}{x} - \frac{8}{x}\right) / \left(\frac{x}{2} + \frac{2}{x}\right) & u) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) / \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)
 \end{array}$$

***Exercice 55.** Simplifiez les fractions littérales ci-dessous :

$$\begin{array}{ll}
 a) \frac{5a+15b}{4a+12b} & e) \frac{ax-ay+bx-by}{x^2-2xy+y^2} \\
 b) \frac{x^2-y^2}{ax+ay} & f) \frac{xy^2+x-1-y^2}{x^2-2x+1} \\
 c) \frac{12ax^2+18a^2x}{9a^2+12ax+4x^2} & g) \frac{9a^2+42ab+49b^2}{49b^2-9a^2} \\
 d) \frac{2a^2-18}{4a^2+24a+36} & h) \frac{ab-ac+bc-a^2}{(a^2-c^2)(a-b)^2}
 \end{array}$$

Exercice 56. Effectuez, factorisez si besoin et ... simplifiez au maximum :

$$\begin{array}{lll}
 a) \frac{2-3x}{27x^3-18x^2} & b) \frac{64a^2-9b^2}{5} \div (16a+6b) & c) (x^2-4x-21) \cdot \frac{1}{x-7} \\
 *d) \frac{2a^2c-4ac+2c}{4ac^2-4c^2} & *e) \frac{2}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{8}{x^2-4} & *f) \frac{a(b-c)}{1-a} - \frac{b-c}{1-a}
 \end{array}$$

***Exercice 57.** Simplifiez et effectuez :

$$\begin{array}{ll}
 a) \frac{a^2-a}{a^2+4a+4} \cdot \frac{a^2+3a+2}{2-a} \cdot \frac{a^2-4}{a^2-1} & e) \frac{a^2}{(a+b)^3} - \frac{2a}{(a+b)^2} + \frac{1}{a+b} \\
 b) \frac{4x^2-12xy+9y^2}{3x+2y} \cdot \frac{9x^2-4y^2}{4x^2-9y^2} & f) \frac{1}{x^2-y^2} + \frac{1}{x^2+xy} - \frac{1}{2x^2-2xy} \\
 c) \frac{x+y}{3} + \frac{x-y}{2} & g) \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{a^2b^2}{a^2-b^2} \\
 d) \frac{x-y}{xy} - \frac{z-y}{yz} + \frac{z-x}{xz} & h) \frac{x^2+xy}{x^2+y^2} \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right)
 \end{array}$$