

SERIE 6Exercice 1

Page | 1

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{1-x}$ pour tout $x \neq 1$.

Démontrer que, pour tout entier $n \geq 1$, $f^{(n)}(x) = \frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$ où $f^{(n)}$ désigne la dérivée $n^{\text{ième}}$ de f et $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$.

Exercice 2

Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $10^n - 1$ est un multiple de 9.

Exercice 3

Démontrer par récurrence que pour tout entier $n \geq 1$, on a :

$$S_n = \sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Exercice 4

Soit (u_n) une suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$.

Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{2}{2n+1}$.

Exercice 5

A chaque voyage un représentant de commerce visite 6 villes des 9 villes de sa région. De combien de manières peut-il prévoir son itinéraire ?

Page | 2

Exercice 6

Une délégation de 5 syndicalistes doit être choisie pour représenter l'usine à un congrès. Treize membres étant éligibles, de combien de manières peut-on former la délégation sachant que :

- a) deux membres se refusent à participer au congrès
- b) deux membres exigent d'être ensemble s'ils sont élus ?

Exercice 7

Cinq tennismen et quatre tenniswomen participent à un tournoi. Déterminer le nombre de matches distincts que l'on peut organiser

- a) en simples messieurs
- b) en simples dames
- c) en doubles messieurs
- d) en doubles dames
- e) en doubles mixtes

Exercice 8

Dans une bibliothèque, on veut choisir 3 livres parmi un ensemble de 8 livres dont 2 seulement ont une couverture de la même couleur. Combien de choix a-t-on si on désire emprunter 3 livres de couleurs différentes ?

Exercice 9

De combien de manières un ensemble de 5 livres de math et 3 livres d'anglais peuvent-ils être rangés sur une planche pour que les ouvrages consacrés à la même matière soient les uns à côté des autres ?
Idem mais seuls les livres de math doivent rester groupés.

Exercice 10

Déterminer le nombre de lots de 4 chaussures prélevées parmi 4 paires complètes de manière à contenir une seule paire complète. Même question si le lot prélevé doit contenir au moins une paire complète.