

LDDR Niveau 2: TE 3

Exercice 1

$$\sum_{i=1}^n (6i - 5) = n(3n - 2)$$

- Ancrage $n = 1 : 1 = 1 \cdot (3 - 2), n = 2 : 1 + 7 = 2 \cdot (6 - 2)$ ok

- Hypothèse $\sum_{i=1}^k (6i - 5) = k(3k - 2)$

- À voir $\sum_{i=1}^{k+1} (6i - 5) = (k+1)(3k+1) = 3k^2 + 4k + 1$

- Démo $\sum_{i=1}^{k+1} (6i - 5) = \sum_{i=1}^k (6i - 5) + 6k + 1 \stackrel{hyp}{=} k(3k - 2) + 6k + 1$

$$\sum_{i=1}^{k+1} (6i - 5) = 3k^2 - 2k + 6k + 1 = 3k^2 + 4k + 1$$

Exercice 2

- a) MISSISSIPPI, 11 lettres, dont 1 « M », 4 « I », 4 « S », 2 « P », donc

$$\frac{11!}{1! 4! 4! 2!} = 11 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 10 = 34'650 \text{ mots}$$

- b) 2 garçons parmi 12, 2 filles parmi 8, donc

$$\binom{12}{2} \cdot \binom{8}{2} = 66 \cdot 28 = 1848 \text{ possibilités}$$

Exercice 3

On forme des nombres de 3 chiffres en n'utilisant que les chiffres 1, 3, 5 et 7.

- a) Avec répétitions : $4^3 = 64$ nombres

- b) Chaque chiffre apparaît 16 fois à chaque place (centaine, dizaine, unité), de plus, la somme des 4 chiffres vaut 16. La somme de tous les nombres vaut

$$16 \cdot 16 \cdot (100 + 10 + 1) = 16^2 \cdot 111 = 1776 \cdot 16 = 28'416$$

- c) Sans répétitions : $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ nombres

- d) Chaque chiffre apparaît 6 fois à chaque place (centaine, dizaine, unité), de plus, la somme des 4 chiffres vaut 16. La somme de tous les nombres vaut

$$6 \cdot 16 \cdot (100 + 10 + 1) = 96 \cdot 111 = 10'656$$