FORMULAIRE

Identités remarquables

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ $\quad (a+ b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\quad (a- b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2 + b^3$ $\quad (a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2 - b^3$

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 +ab+b^3)$ $\quad a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 -ab+b^3)$

Puissances

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $\quad (a \cdot b)^m = a^m \cdot a^n$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\quad a^0 = 1$ $\quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

ATTENTION : $(a+b)^m \neq a^m + b^m$

Racines

$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ $\quad \sqrt[n]{a^n} = a$ $\quad \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ $\quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

$\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}$ $\quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$ $\quad \sqrt[n \cdot q]{a^{n \cdot p}} = \sqrt[q]{a^p}$ $\quad \sqrt[q]{a^p} = a^{\frac{p}{q}}$

ATTENTION : $\sqrt[n]{(a+b)} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$

Equations du 1re degré : ax = b

Si a = 0 et b = 0 : une infinité des solutions

Si a = 0 et b $\neq$0: impossible

Si a $\neq$ 0 : une seule solution x = b/a

Equations du 2re degré : $ax^2 + bx + c = 0$

Discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta > 0$: deux solutions $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Si $\Delta = 0$: une seule solution $x = \dfrac{-b}{2a}$.

Si $\Delta < 0$: aucune solution

Equations du 3re degré et plus

Exemple

$x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 = 0$

racines possibles : ±1, ±2, ±3, ±4,±6,±12

Pour x = 1 : $1 - 2 - 7 + 8 + 12 \neq 0$

Pour x = -1: $1 + 2 - 7 - 8 + 12 = 0$

Schéma Horner:

$$\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & -7 & +8 & +12 & -1 \\ & -1 & +3 & +4 & -12 & \\ 1 & -3 & -4 & +12 & \boxed{0} & \end{array}$$

L'équation devient : $(x+1)(x^3 - 3x^2 - 4x + 12) = 0$

racines possibles : -1, ±2, ±3, ±4,±6,±12

Pour x = -1 : $-1-3+4+12 \neq 0$

Pour x = 2 : $8 - 12 - 8 + 12 = 0$

Schéma Horner:

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & -4 & +12 & 2 \\ & +2 & -2 & -12 & \\ 1 & -1 & -6 & \boxed{0} & \end{array}$$

L'équation devient : $(x+1)(x-2)(x^2 - x - 6) = 0$

$\Delta = 1 - 4(1)(-6) = 25$: deux solutions: $x_1 = = \dfrac{1+5}{2} = 3$, $x_2 = \dfrac{1-5}{2} = -2$.

Finalement on a: $(x+1)(x-2)(x-3)(x+2)=0$ et les solutions sont : $x = -1$, $x = 2$, $x = 3$, $x = -2$

Droite

- Fonction affine : $y = ax + b$

a : la pente : si a > croissante et si $a < 0$ décroissante

b : l' ordonnée à l' origine. Point d'intersection avec l'axe Oy $(0, b)$

- Fonction linéaire : $y = ax$

Le graph passe par l'origine

a : : la pente : si a > croissante et si $a < 0$ décroissante

- Fonction constante : $y = k$

Pente = 0

Le graph passe par le point $(0 ; k)$

- $x = x_0$: droite verticale Cette droite **n' est pas** une fonction

Parabole : $y = ax^2 + bx + c$

Si $a > 0$ convexe - Si $a < 0$ concave

- $y = ax^2 + bx + c$ forme polynomiale

Sommet $x_s = -\frac{b}{2a}$ ys : on remplace la valeur de x_s dans l' équation de la parabole

- $y = a(x-xs)^2 + ys$ forme du sommet

Sommet : (x_s, y_s)

- $y = a(x-x_1)(x - x_2)$ forme factorisée

Sommet : $X_s = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ys : on remplace la valeur de x_s dans l' equation de la parabole

- Axe de symétrie $x = x_s$
- Intersections avec les axes

Avec Ox : $y = 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta > 0$ on a 2 points d' intersections $(x_1\,;0)$, $(x_2\,;0)$

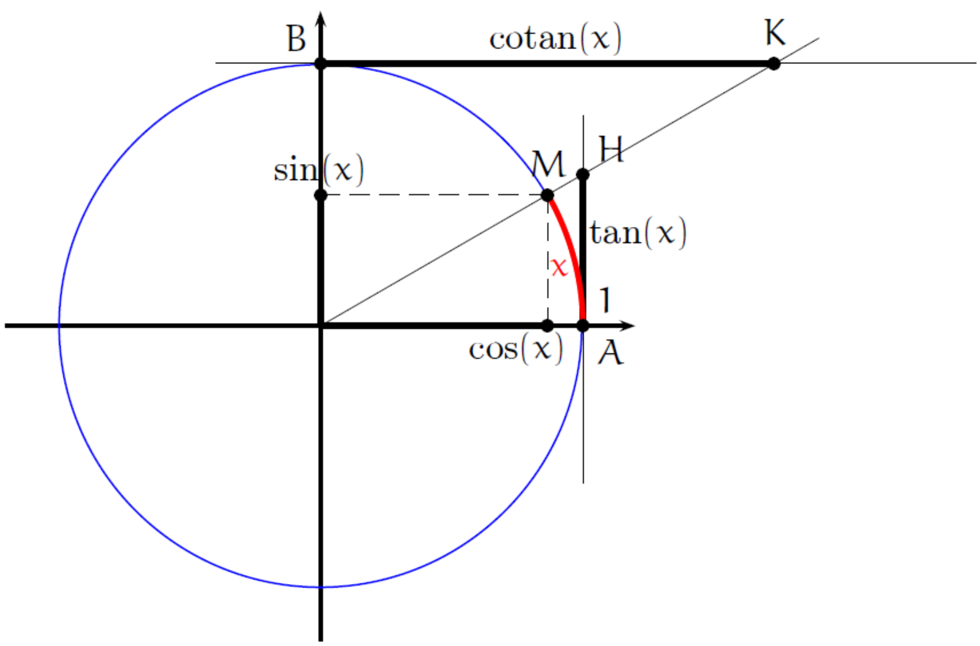
$\Delta = 0$: un seul point commun : la parabole est tangente à l' axe Ox

$\Delta < 0$: aucun point commun avec l' axe Ox

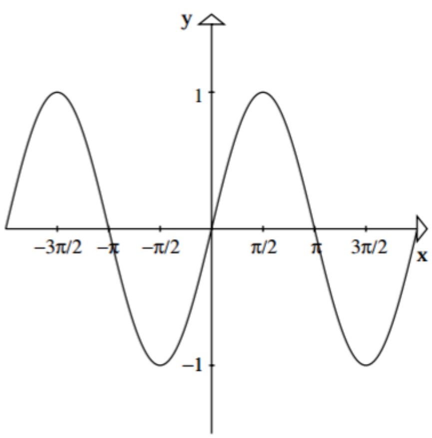
Avec Oy : x = 0 : y = c (0, c)

Trigonométrie

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\qquad$ $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

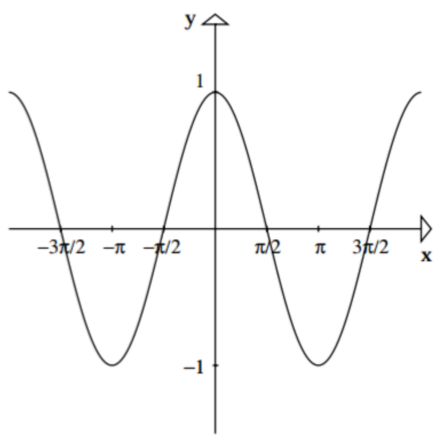


x en °	0	30	45	60	90
x en rd	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan(x)$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$\mathrm{cotan}(x)$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0



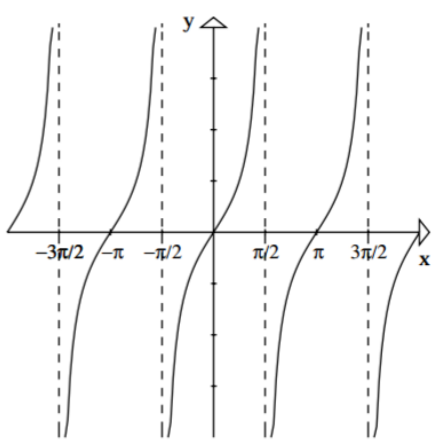
$f(x) = \sin x$

dom sin: **R** ima sin: [-1, 1]



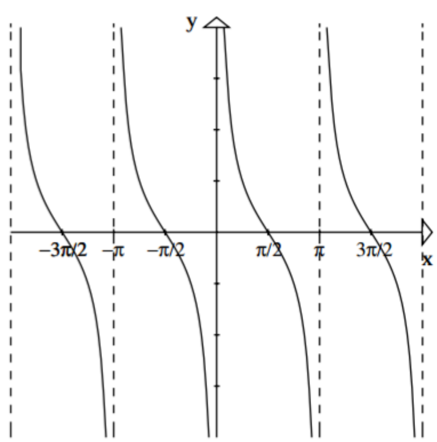
$f(x) = \cos x$

dom cos: **R** ima cos: [-1, 1]



$f(x) = \mathrm{tg}\ x$

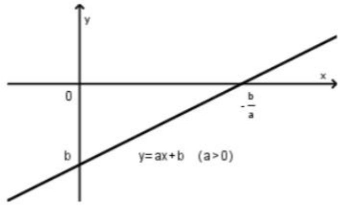
dom tg: **R** \ { ±π/2 , ±3π/2…} ima tg: **R**



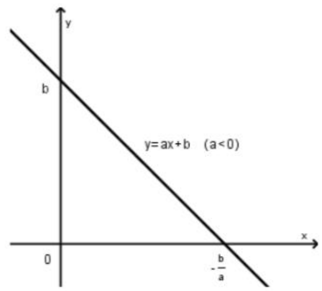
$f(x) = \mathrm{cotg}\ x$

dom cotg: **R** \ { 0 , ±π , ±2π ...} ima cotg: **R**

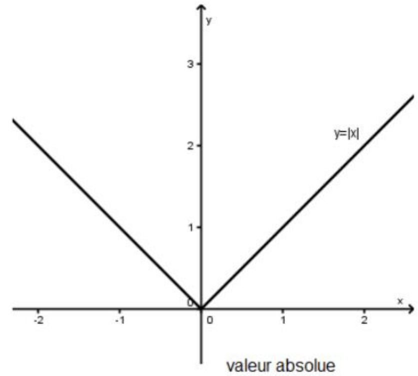
Graphes des fonctions usuelles



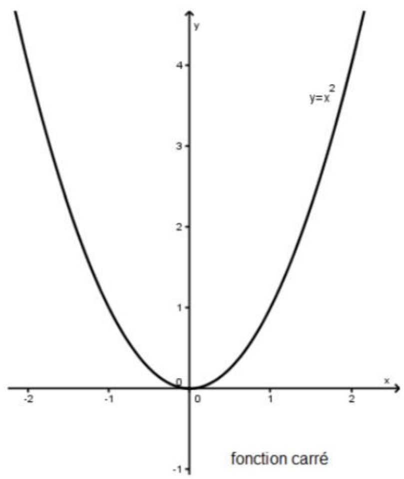
fonction affine croissante



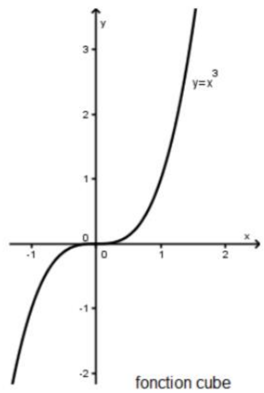
fonction affine décroissante



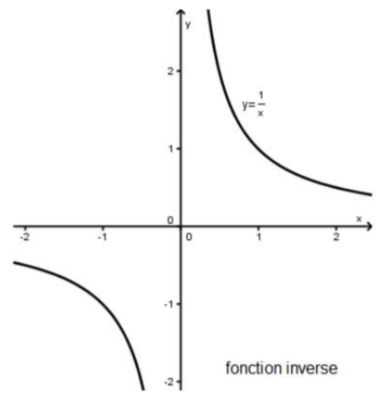
valeur absolue



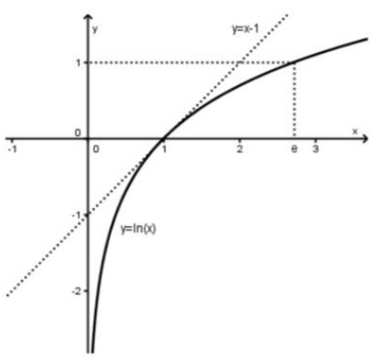
fonction carré



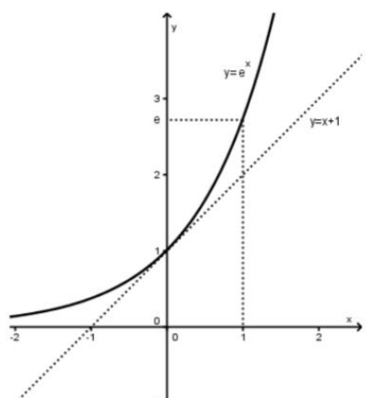
fonction cube



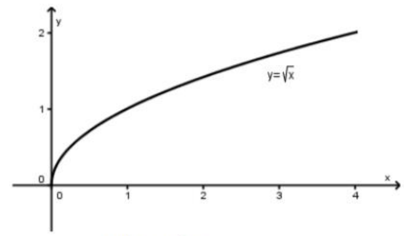
fonction inverse



logarithme népérien



exponentielle



racine carrée