

Lignes et surfaces

Apprentissages visés

- Estimation, comparaison, classement et mesure de grandeurs par manipulation de lignes et de surfaces
- Mesure des dimensions adéquates, calcul du périmètre et de l'aire d'un polygone, en particulier de quadrilatères

Sommaire

• Pour réactiver certaines connaissances	138
• Périmètres et aires	138
• Transformation d'unités	139
• Vers des formules d'aires	140
• Utiliser des formules d'aires	141
• Périmètres et aires de figures composées	143
• Encore quelques problèmes	145

FICHIER Que sais-je ? p. 183

Pour réactiver certaines connaissances

GM1 On tourne autour

Calcule le périmètre :

- d'un triangle équilatéral IJK dont le côté vaut 15 m ;
- d'un losange $LMNO$ dont le côté mesure 5,6 cm.

GM2 Plus grand périmètre, plus grande aire ?

$ABCD$ est un rectangle dont la longueur mesure 6 cm et la largeur 4 cm.

$EFGH$ est un rectangle dont la longueur vaut 8 cm et la largeur 3 cm.

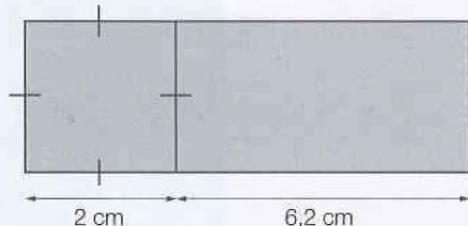
- Quel rectangle a le plus grand périmètre ?
- Sans faire de calcul, peux-tu dire quel sera celui qui aura la plus grande aire ?
- Vérifie ton pronostic par le calcul.

FICHIER GM3 et GM4

Périmètres et aires

GM5 Figure grisée

Calcule le périmètre et l'aire de la figure grisée suivante :



FICHIER GM6 à GM10

Transformation d'unités

Le mètre (symbole m, du grec *metron*, mesure) est l'unité de base de longueur du Système international (SI).

Le mètre fut officiellement défini pour la première fois le 26 mars 1791 par l'Académie des sciences comme étant la dix millionième partie d'un quart de méridien terrestre. En 1795, la loi précisa : « (...) il n'y aura qu'un seul étalon des poids et mesures pour toute la République ; ce sera une règle de platine sur laquelle sera tracé le mètre... »

La Convention nationale, afin de généraliser l'usage du système métrique, fit installer, entre 1796 et 1797, seize mètres-étalons en marbre dans les lieux les plus fréquentés de Paris. Ci-contre, l'un des deux derniers qui s'y trouvent encore.

En 1889, le Bureau des poids et mesures redéfinit le mètre comme étant la distance entre deux points sur une barre d'un alliage de platine et d'iridium. Cette barre est conservée à Sèvres en France.

Le mètre est défini, depuis 1983, comme la distance parcourue par la lumière dans le vide en $1/299\,792\,458^{\text{e}}$ de seconde.



Mètre-étalon situé au coin de la rue de Vaugirard et de la rue Garancière à Paris VI^e.

GM11 Quelle unité ?

Quatre élèves se prononcent sur le périmètre et l'aire d'une bande de tissu de 1,5 m de longueur et de 6 cm de largeur, sans mentionner d'unités :

	Jean	Jules	Aline	Joanne
Périmètre	312	15	31,2	3,12
Aire	900	9	9	0,09

Selon toi, comment ont-ils procédé ?

FICHIER GM12 et GM13

GM14 Conversions d'unités d'aire

Convertis en m²:

- a) 22 hm²
- b) 480 dm²
- c) 863 cm²
- d) 1,45 km²
- e) 630 000 mm²
- f) 1,027 dam²

Convertis en cm²:

- a) 2,3 m²
- b) 1200 mm²
- c) 0,0005 dam²
- d) 47 dm²
- e) 1,4 mm²
- f) 0,2 dm²

FICHIER GM15 à GM19

Vers des formules d'aires

GM20 Reconstitution

Dessine un parallélogramme.

Partage-le en deux morceaux afin de reconstituer un rectangle équivalent.

- Quel est le périmètre de ce rectangle ? Et son aire ?
- Quel est le périmètre du parallélogramme ? Et son aire ?

GM21 Demi-parallélogramme

Dessine un triangle quelconque.

Considère ce triangle comme un demi-parallélogramme.

- Construis le parallélogramme en entier.
- Calcule son aire, puis celle du triangle.

GM22 Du trapèze au parallélogramme

Dessine un trapèze.

- Construis un second trapèze, isométrique au premier, afin que, sans se superposer, ces deux trapèzes forment un parallélogramme.
- Calcule l'aire du parallélogramme, puis celle du trapèze.

GM23 En deux coups de ciseaux

Dessine un trapèze.

Deux coups de ciseaux te suffisent pour reconstituer un rectangle équivalent.

- Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?
- Quelle est l'aire du trapèze initial ?

GM24 Du losange au rectangle

Dessine un losange.

a) Construis trois rectangles de même aire que le losange de telle sorte que :

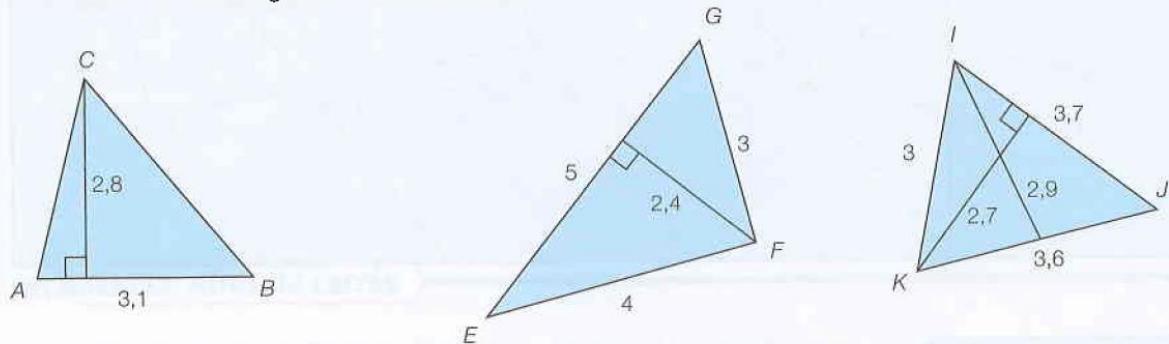
- un côté du premier rectangle soit confondu avec la grande diagonale du losange ;
- un côté du deuxième rectangle soit confondu avec la petite diagonale du losange ;
- un côté du troisième rectangle soit confondu avec un côté du losange.

b) Calcule de trois manières différentes l'aire de ce losange.

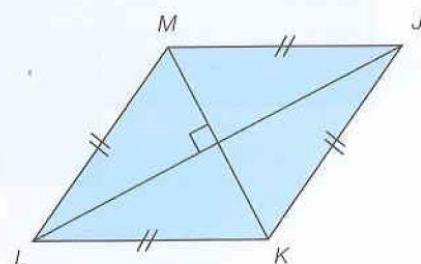
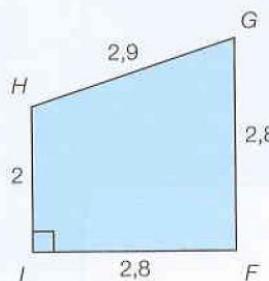
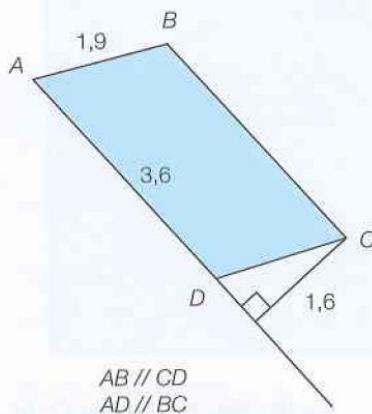
FICHIER GM25

Utiliser des formules d'aires**GM26 Aires de triangles**

Calcule l'aire des triangles ABC , EFG et IJK .

**GM27 Aires de quadrilatères**

Calcule l'aire de ces quadrilatères.



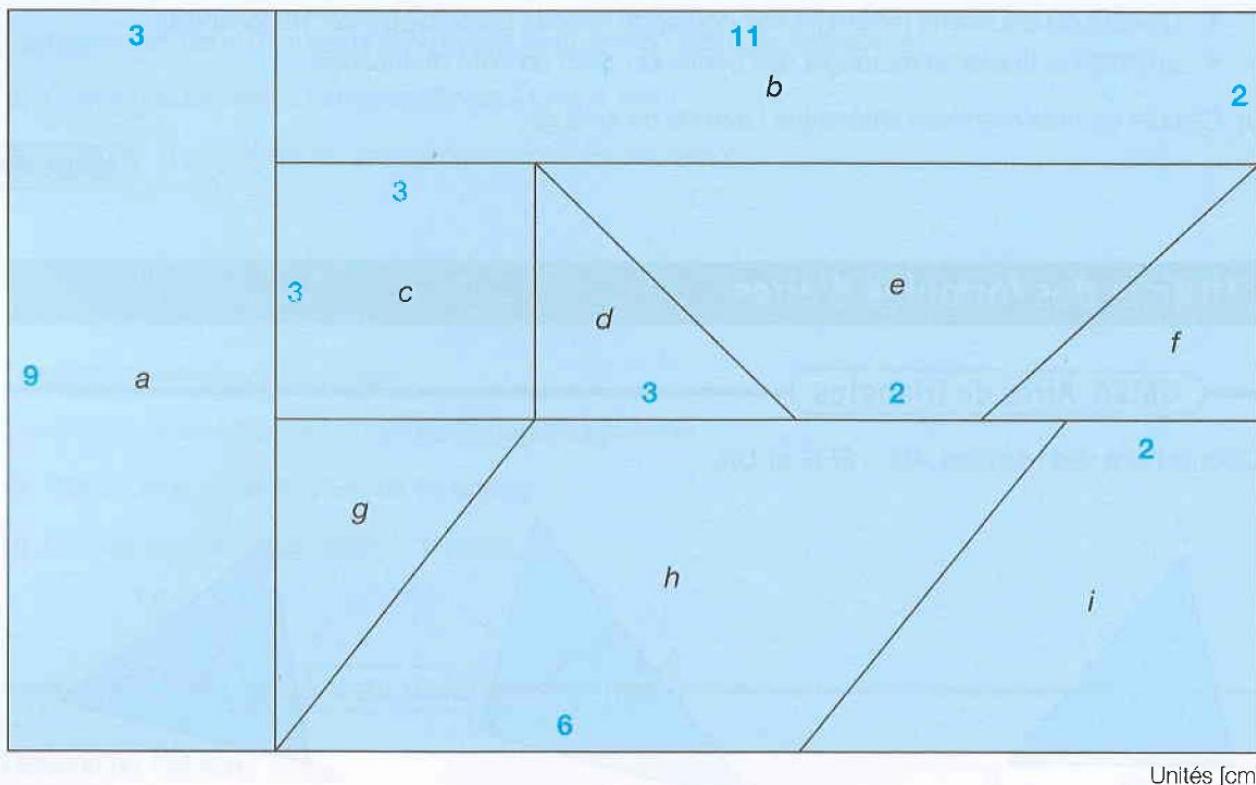
$$\begin{aligned} MK &= 2 \\ JL &= 4 \\ KL &= 2,2 \end{aligned}$$

FICHIER GM28 à GM30

GM31 De l'unité à la figure

Ce puzzle rectangulaire est constitué de neuf polygones.

Calcule l'aire de chacun d'eux, puis l'aire du puzzle.



Unités [cm]

FICHIER Faire le point p. 195

Périmètres et aires de figures composées

GM32 Périmètres

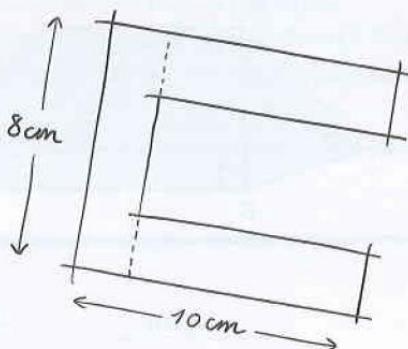
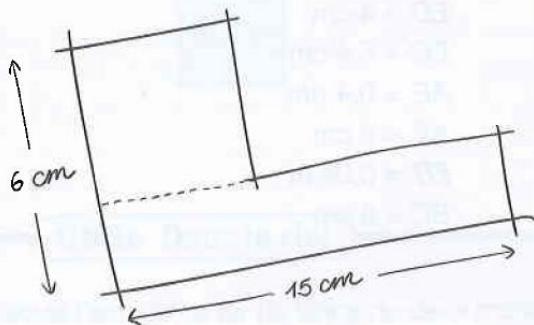
Quel est le périmètre :

- a) d'un losange formé de deux triangles équilatéraux de 12 cm de périmètre chacun ?

- c) de cet hexagone, formé d'un rectangle et d'un carré ?

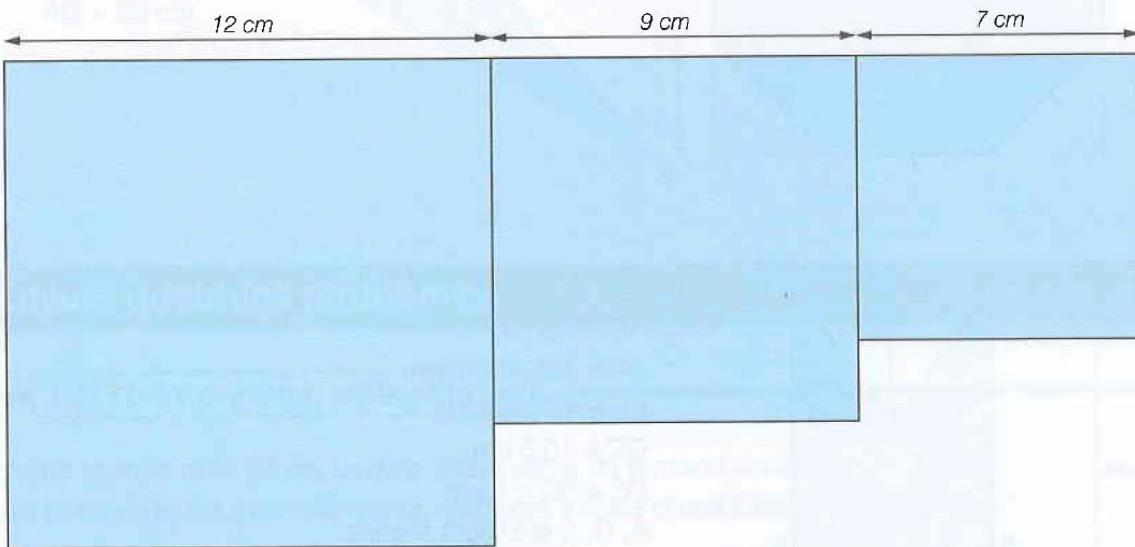
- b) d'un carré formé de deux rectangles de 18 cm de périmètre chacun ?

- d) de cet octogone, formé de trois rectangles isométriques ?



GM33 Aires de carrés

- a) Quelle est l'aire de la figure ci-dessous composée de carrés ?

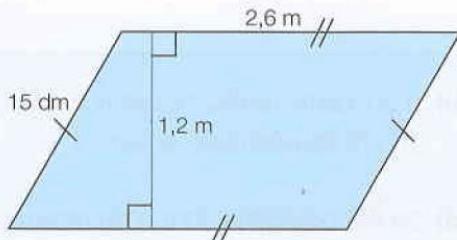


- b) Quel est son périmètre ?

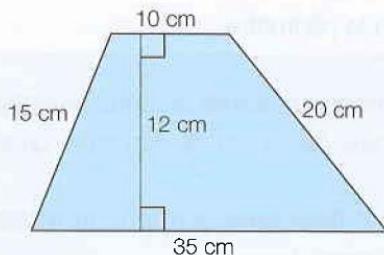
GM34 Des simples et des composées

Calcule le périmètre et l'aire des figures suivantes :

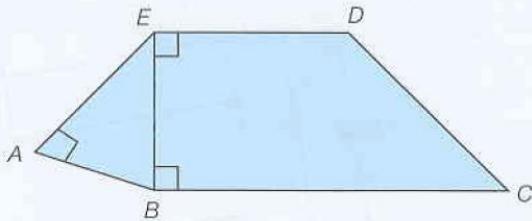
a)



b)



c)



$$ED = 4 \text{ cm}$$

$$DC \approx 5,4 \text{ cm}$$

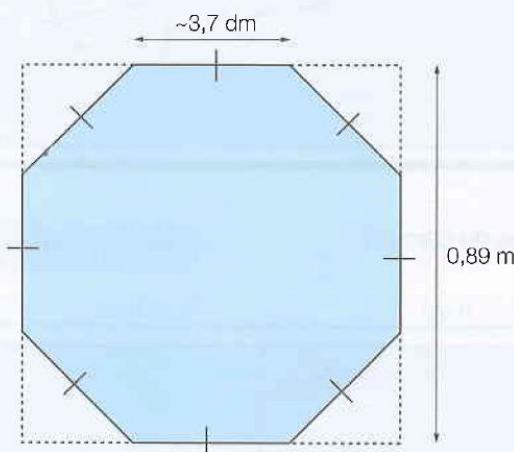
$$AE = 0,4 \text{ dm}$$

$$AB = 3 \text{ cm}$$

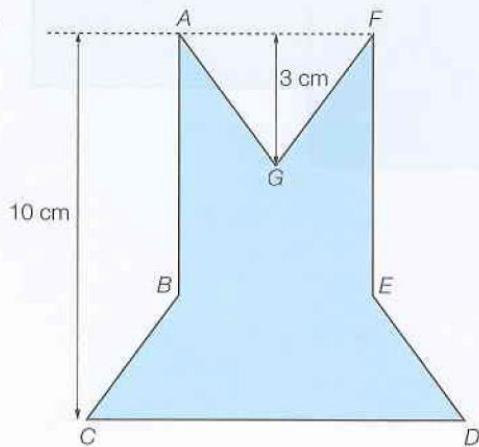
$$EB = 0,05 \text{ m}$$

$$BC = 6 \text{ cm}$$

d)



e)



$$AF = 4,5 \text{ cm}$$

$$AG = FG = 3,75 \text{ cm}$$

$$EF = AB = 6 \text{ cm}$$

$$CD = 10,5 \text{ cm}$$

$$DE = BC = 5 \text{ cm}$$

A, G, E et D sont alignés

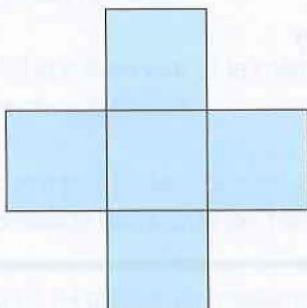
C, B, G et F sont alignés

$AB \parallel EF$

$AF \parallel CD$

GM35 Les carrés en croix

Calcule l'aire et le périmètre de la figure ci-dessous, constituée de carrés de 4,2 cm de côté.



Tous les drapeaux du monde sont rectangulaires, sauf ceux du Népal, pentagonal, de la Suisse et du Vatican, carrés.

Tout a commencé en 1339 à la bataille de Laupen où, pour se différencier des autres combattants, les soldats « suisses » – en réalité bernois – cousirent sur leurs vêtements une croix blanche.

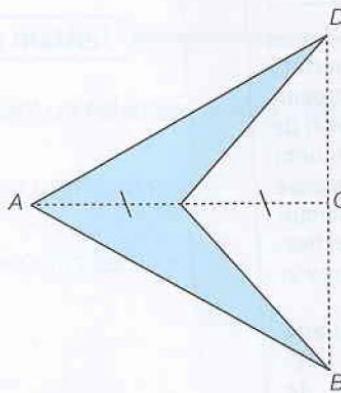
La forme carrée n'est pas définie par la loi ; il s'agit simplement d'une tradition. En revanche, la loi, depuis 1889, impose que la croix ne soit pas constituée de cinq carrés égaux ; en effet, les quatre branches de la croix – identiques entre elles – doivent être d'un sixième plus longues que larges.

Quant à la couleur du drapeau, elle est fixée depuis le 1^{er} janvier 2007 : un rouge dénommé *Pantone 485*, soit 100 % de magenta et 100 % de jaune.

GM36 Dans le ciel

Calcule l'aire de ce fer de lance de deux manières différentes.

$$\begin{aligned}BD &= 50 \text{ cm} \\AC &= 80 \text{ cm}\end{aligned}$$

**Encore quelques problèmes****GM37 Plus grand, mais plus petit**

Comme chaque mois de septembre, Aloys sème du rampon dans son jardin potager, après avoir délimité un rectangle à l'aide d'une ficelle.

Aujourd'hui, André, son vieux copain de toujours, prétend qu'il aurait pu, à l'aide de la même ficelle, obtenir une surface rectangulaire plus grande.

A-t-il raison ?

GM38 On va par trois

Construis trois parallélogrammes et trois triangles non rectangles, tous différents les uns des autres, mais dont l'aire est chaque fois 24 cm^2 .

GM39 On va par quatre

Peux-tu construire quatre polygones différents de 9 cm^2 d'aire chacun ?

Et quatre rectangles différents de 18 cm^2 d'aire chacun ?

Et quatre triangles rectangles différents de 18 cm^2 d'aire chacun ?

GM40 Dans le journal

Lu dans le journal :



Si toutes les forêts (bois privés et communaux) étaient réparties entre les 20 000 habitants, combien de mètres carrés posséderait chaque habitant ?

GM41 Périmètres ou aires ?

- a) Découpe un rectangle en deux rectangles isométriques.

Juxtapose les deux morceaux pour former un nouveau rectangle.

A-t-il la même aire et le même périmètre que le rectangle initial ?

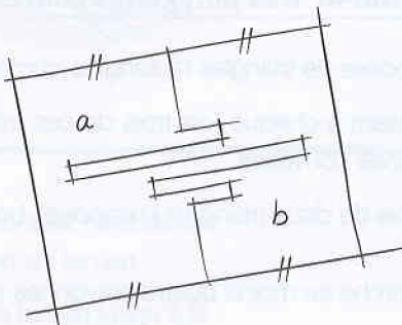
- b) Aloys a planté deux piquets, distants de 25 m. Il possède une corde de 105 m.

Où va-t-il planter un troisième piquet pour former, avec sa corde, un enclos dont l'aire sera la plus grande possible ?

- c) Jennifer et Christophe doivent se partager ces deux parcelles a et b qu'ils ont reçues en héritage de leur père Serge.

Jennifer souhaite recevoir celle qui possède la plus grande aire et Christophe celle dont le périmètre est le plus grand.

Laquelle vont-ils choisir ?

**GM42 Echec aux maths !**

Dans la cour d'école, on peint un échiquier dont le côté de chaque case mesure 3 dm.

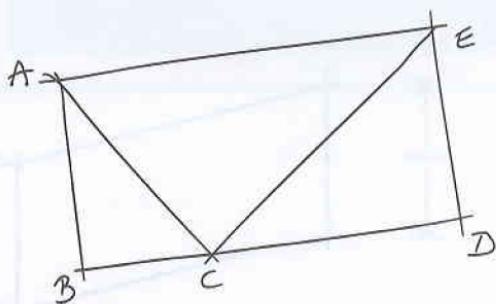
Quelle est l'aire de la surface peinte en noir ?

Quel est le périmètre de cet échiquier ?

GM43 Le troisième triangle

Dans le rectangle $ABDE$, l'aire du triangle ACE vaut 24 et celle du triangle CDE 13.

Quelle est l'aire du triangle ABC ?



GM44 Des hauteurs, des triangles

Le segment AH est une hauteur d'un triangle ABC . Calcule :

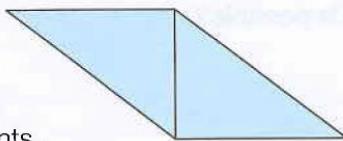
- l'aire de ce triangle si $BC = 4,8 \text{ cm}$ et $AH = 3,5 \text{ cm}$;
- AH si l'aire vaut $22,5 \text{ cm}^2$ et $BC = 6 \text{ cm}$;
- BC si l'aire vaut 42 cm^2 et $AH = 4,2 \text{ cm}$.

FICHIER GM45**GM46 Des polygones convexes**

Tu dispose de triangles rectangles isométriques dont les côtés mesurent 3 cm , 4 cm et 5 cm .

En utilisant à chaque fois trois de ces triangles, juxtaposés bord à bord, tu peux former des polygones convexes.

Exemple de deux triangles juxtaposés bord à bord :

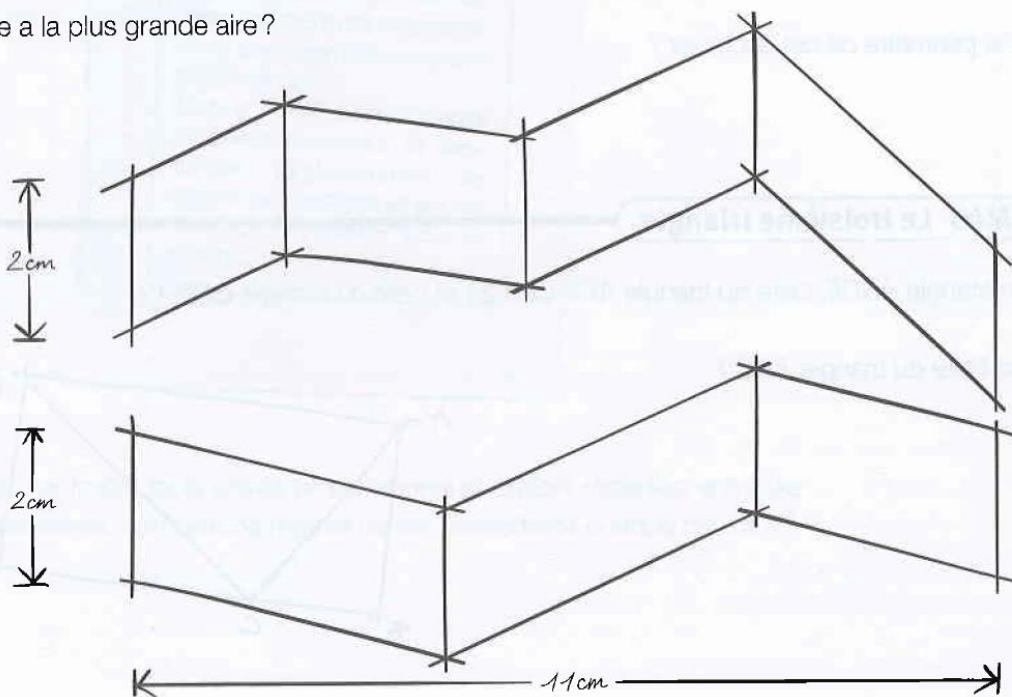


- Cherche au moins quatre polygones convexes différents.
- Dessine chaque polygone trouvé et calcule l'aire ainsi que le périmètre de chacun d'eux.
- Que peux-tu dire des résultats obtenus ?

GM47 Bandes de parallélogrammes

Ces deux bandes sont formées de parallélogrammes.

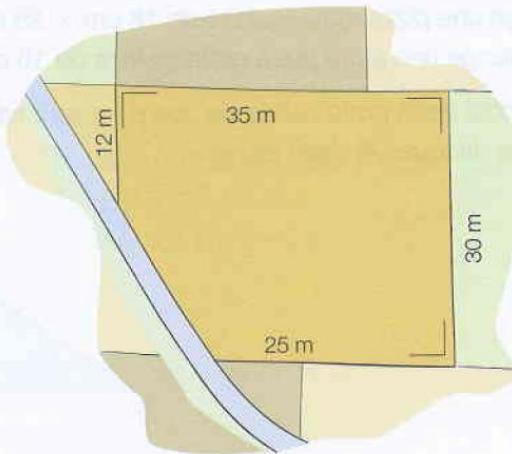
Laquelle a la plus grande aire ?



GM48 A vendre

Ce terrain est vendu à Fr. 185.–/m².

Quel est son prix ?

**GM49 Football et mesures**

Un terrain de football est long de 105 m. Sa largeur vaut les deux tiers de sa longueur. On l'entoure d'une barrière distante de 3 m du bord du terrain.

- a) Combien de mètres carrés de gazon faut-il pour couvrir ce terrain jusqu'à la barrière ?
- b) Quelle est la longueur totale de cette barrière ?

Extrait du règlement de la FIFA (Fédération internationale de football association):

Les matches peuvent être disputés sur des surfaces naturelles ou artificielles, conformément au règlement de la compétition en question. Les terrains artificiels doivent être de couleur verte.

Le terrain de jeu est divisé en deux moitiés par la ligne médiane qui joint le milieu des lignes de touche.

Le point central est marqué au milieu de la ligne médiane. Autour de ce point est tracé un cercle de 9,15 m de rayon.

Dimensions du terrain – Matches internationaux:

- Longueur (ligne de touche):
minimum 100 m, maximum 110 m.

- Largeur (ligne de but):
minimum 64 m, maximum 75 m.
- La pente maximale ne doit pas excéder 0,5 à 0,8 %.



GM50 Un gros mangeur

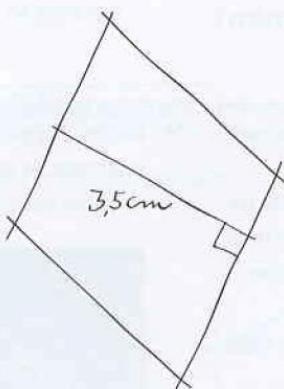
Jean mange une pizza rectangulaire de $18 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$;
Jacques mange une autre pizza rectangulaire de $15 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$.

Calcule le côté de la pizza carrée de Joe pour qu'il ait autant à manger que Jacques et Jean réunis.

**GM51 Du périmètre à l'aire**

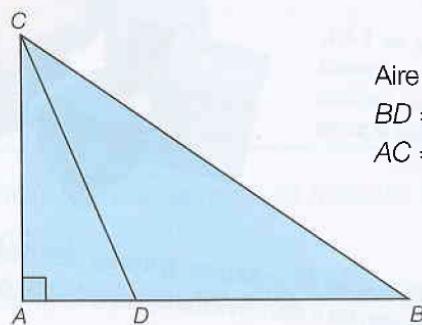
Le périmètre du losange ci-dessous est égal à 168 mm .

Calcule son aire.



GM52 Pas si simple qu'il en a l'air

Calcule l'aire du triangle ADC .



$$\text{Aire du triangle } ABC = 6 \text{ cm}^2$$

$$BD = 2,5 \text{ cm}$$

$$AC = 3 \text{ cm}$$

GM53 De la diagonale au périmètre

Calcule le périmètre du losange ci-dessous si ses diagonales mesurent 8 cm et 6 cm.

$$OE = 24 \text{ mm}$$

