Espace

Figures géométriques planes
Représentations de solides
Transformations géométriques

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.

Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques

Grandeurs et mesures

Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.

Espace

Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Les mots grecs μεσο (meso, « milieu, entre ») et ποταμός (potamós, « fleuve ») ont servi à constituer le nom de lieu *Méso-potamie* qui désigne la région, appartenant aujourd'hui à l'Irak, située entre deux grands fleuves : le Tigre et l'Euphrate. Des fouilles archéologiques au XIX^e siècle ont permis d'y découvrir trois cents tablettes d'argile, comme celle ci-contre, qui illustraient des problèmes mathématiques.

La civilisation mésopotamienne, au IV^e millénaire avant notre ère, a été à l'origine des premières sciences : arithmétique, astronomie, médecine, géométrie, par exemple. Egyptiens et Grecs par la suite s'inspireront de ses recherches.

Les travaux de géométrie mésopotamienne, très concrets et pratiques, étaient motivés par les besoins de la vie de tous les jours : construction de canaux, de greniers, répartition des champs, etc.

La géométrie, accompagnée d'arithmétique, permit également à l'observation du ciel de devenir une science, l'astronomie, même si celle-ci était encore teintée de religion. On put ainsi calculer et prévoir des trajectoires d'astres divers, prévoir les équinoxes, etc.

Tablette gravée en écriture cunéiforme. Problème de géométrie.

Figures géométriques planes

Apprentissages visés

- Reconnaissance, dénomination, description et construction de figures planes selon leurs propriétés : triangles, quadrilatères, polygones réguliers, cercles
- Reconnaissance, dénomination, description des propriétés et construction de :
  - droites parallèles, perpendiculaires
  - hauteur, médiatrice, bissectrice, médiane
  - cercles inscrit et circonscrit, centre de gravité
- Représentation de figures planes par un croquis et/ou un dessin à l'échelle
- Utilisation de systèmes de repérage

Sommaire

FICHIER Que sais-je ? p. 129

Pour réactiver certaines connaissances

ES1 Devinettes

a) Je suis un quadrilatère possédant deux diagonales se coupant à angle droit et en leur milieu.
Qui suis-je ?

b) Je suis un triangle possédant un seul axe de symétrie.
Qui suis-je ?

c) Je suis un losange possédant au moins un angle droit.
Qui suis-je ?

d) Je suis un quadrilatère possédant au moins un angle droit et seulement deux côtés parallèles.
Qui suis-je ?

e) Je suis un quadrilatère n'ayant qu'un axe de symétrie.
Qui suis-je ?

ES2 Just do it

a) Construis un triangle IJK sachant que $IJ = JK = 4{,}5$ cm et que la hauteur issue de J mesure 4 cm.

b) Construis un quadrilatère $MNOP$ avec $MO = 4{,}5$ cm, $MN = NO = 3{,}2$ cm ; MO est un axe de symétrie du quadrilatère.

FICHIER ES3

ES4 Quelle allure ?

a) Trace un segment RS de 8 cm.

Trace un arc de cercle c de centre R et de rayon 5 cm.

Trace un arc de cercle d de centre S et de rayon 5 cm.

Ces deux arcs de cercle se coupent en M et N.

Trace d'une couleur le quadrilatère $RMSN$.

Trace d'une autre couleur les segments RS et MN qui se coupent en O.

Quelle est la longueur du segment MO ?

Observe la figure $RMSN$ et décris ses propriétés.

SUITE →

b) Trace un cercle $c(O\ ;\ 4\text{ cm})$ et place un point M sur le cercle c.

Trace un cercle $d(M\ ;\ 4\text{ cm})$.

Le point O appartient-il au cercle d ? Peux-tu le justifier ?

N et P sont les points d'intersection des cercles c et d.

Trace les cercles $e(N\ ;\ 4\text{ cm})$ et $f(P\ ;\ 4\text{ cm})$.

Le cercle f coupe le cercle d en L et le cercle c en R.

Trace les segments NR, RL et LN.

Observe la figure NLR et décris ses propriétés.

c) Trace un cercle $c(O\ ;\ 8\text{ cm})$ et dessine un diamètre AD, quelconque.

Sur AD, construis quatre segments isométriques : AB, BO, OC et CD.

Construis trois perpendiculaires au diamètre AD, qui passent respectivement par B, O et C.

Ces trois perpendiculaires coupent le cercle c en six points.

Avec A et D, tu disposes maintenant de huit points sur le cercle. Relie-les dans l'ordre.

Quel est le nom du polygone inscrit obtenu ?

Pour consolider et approfondir

ES5 Constructions de triangles

a) Construis un triangle DEF tel que $DE = 6$ cm, $\widehat{EDF} = 25°$ et $\widehat{DEF} = 120°$.

b) Construis un triangle ABC dans lequel le segment AB mesure 6 cm, l'angle $\widehat{ABC}$ vaut 60° et la hauteur issue du sommet C mesure 4,5 cm.

c) Construis un triangle XYZ dans lequel le segment XY mesure 6 cm, l'angle $\widehat{YXZ}$ vaut 40° et la médiane issue du sommet Z mesure 3,3 cm.

FICHIER ES6

ES7 Constructions de quadrilatères

a) Construis un losange dont les deux diagonales mesurent, respectivement, 5 cm et 3 cm.

b) Construis un cerf-volant possédant un angle droit avec une diagonale dont la mesure est le double de celle de l'autre.

c) Construis un rectangle dont le rayon du cercle circonscrit mesure 2 cm et dont l'aire vaut 6 cm^2.

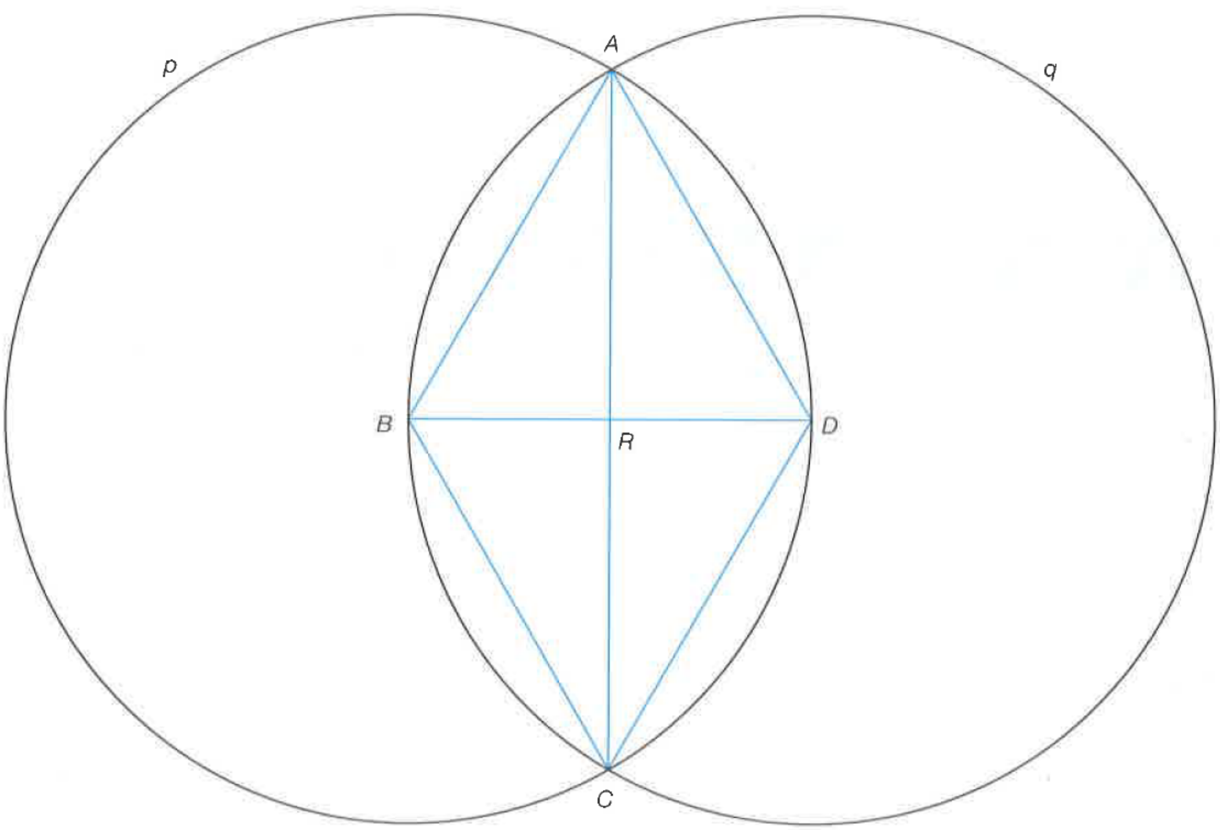
d) Construis un trapèze $ABCD$ dont tu connais :

$BD = 6$ cm $\quad \widehat{ABD} = 38°$ $\quad \widehat{DBC} = 24°$ $\quad CD = 3$ cm

ES8 Pas à pas

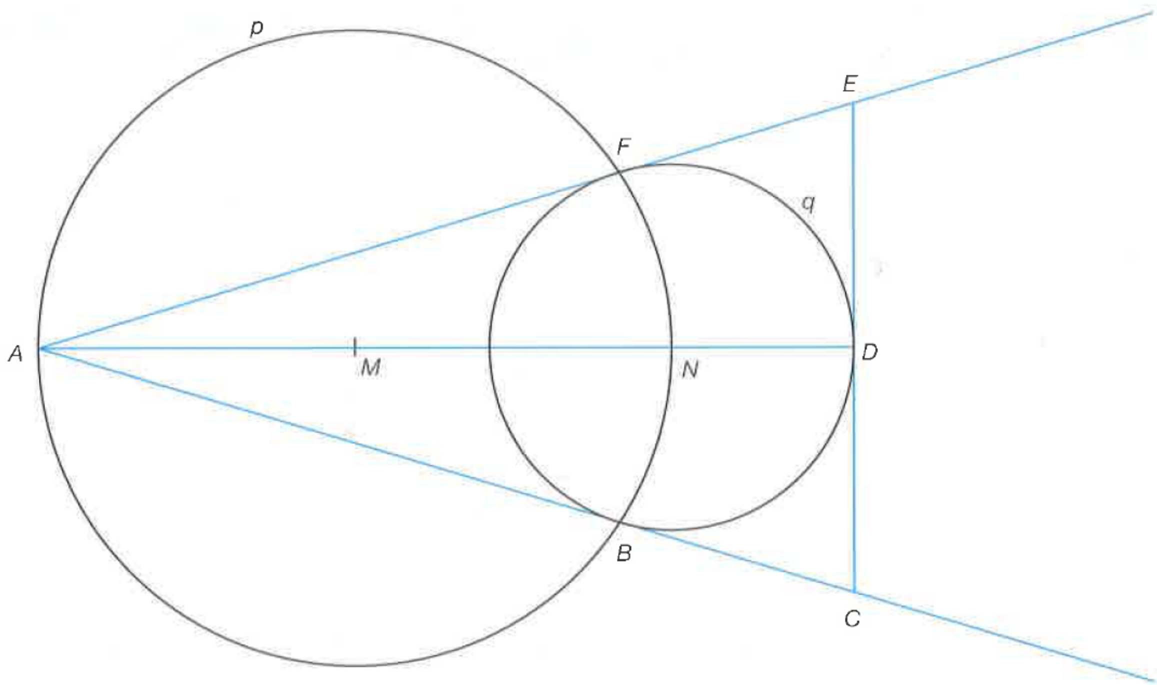
Ecris une marche à suivre permettant de construire les figures suivantes.

a)



SUITE →

b)



ES9 Quel angle est-il ?

Quel est l'angle formé par les deux aiguilles d'une montre lorsqu'il est :

a) 13 h 40 ? **b)** 19 h 15 ? **c)** 8 h 12 ?

A l'origine de la division en 60 parties de certaines de nos unités de temps se trouve la mesure des angles chez les Babyloniens ; dès le IV[e] siècle av. J.-C., les astronomes et mathématiciens de Babylone ont défini le degré en divisant le cercle en 360 parties d'égale grandeur. Un degré représente donc le 1/360[e] du disque, l'angle droit de 90° le quart du disque, l'angle plat de 180° la moitié du disque.

D'autres unités ont été par la suite introduites, comme le radian (rad) ou le grade (gr) ; ce dernier divise le disque en 400 parties égales ; un angle droit vaut ainsi 100 grades.

ES10 Sans rapporteur

a) Construis, uniquement à l'aide de ta règle et de ton compas, un angle de 45°. Note ta marche à suivre.

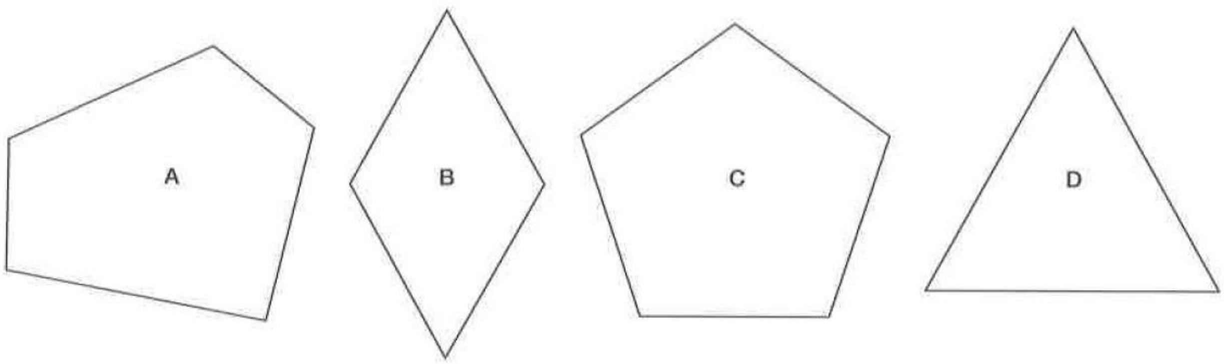
b) Fais de même avec des angles de 135°, 210° et 300°.

Polygones réguliers

ES11 Régulier ou non ?

Les polygones **A** et **B** sont des polygones non réguliers, alors que les polygones **C** et **D** sont réguliers.

En les observant, propose une définition d'un polygone régulier.



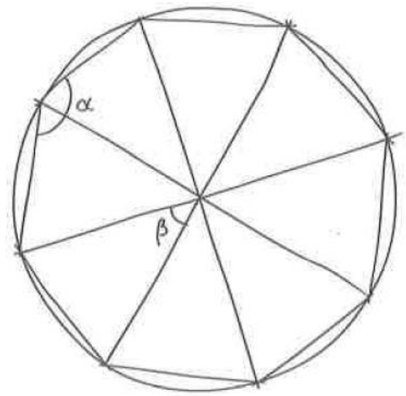
ES12 Les réguliers

Quels sont les polygones réguliers que tu connais ?

Construis-en un et note ta marche à suivre.

FICHIER **ES13**

ES14 Angles en tous genres



a) Quel est le nom du polygone régulier représenté par ce croquis ?

b) Quelle est la mesure de l'angle α et quel est son type ?

c) Quelle est la mesure de l'angle β et quel est son type ?

d) Quelle est la mesure des angles α et β d'un dodécagone régulier ?

e) Et d'un polygone régulier à n côtés ?

ES15 Déductions

Dans un pentagone régulier $ABCDE$ inscrit dans un cercle de centre O, calcule les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BAO}$.

ES16 Avec ou sans

a) A l'aide d'une règle et d'un compas, construis un hexagone régulier. Note ta marche à suivre.

b) Construis un octogone régulier avec ta règle et ton compas.

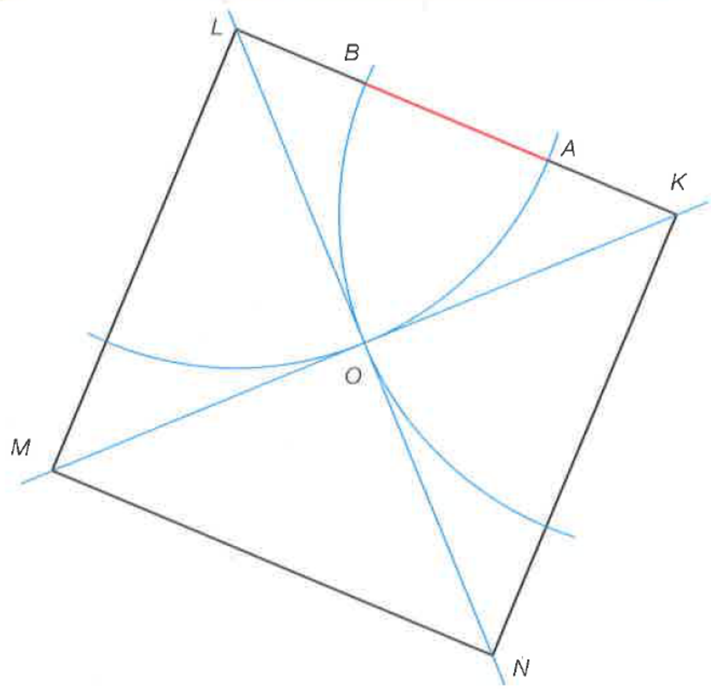
c) Construis un pentagone régulier avec la règle, le compas et le rapporteur.

ES17 Quelques constructions

a) On a entamé la construction d'un octogone régulier *ABCDEFGH*, dont tous les sommets appartiennent à un carré *KLMN*.

Sur une feuille blanche, construis cette figure pour un carré *KLMN* de 10 cm de côté et termine la construction de l'octogone régulier.

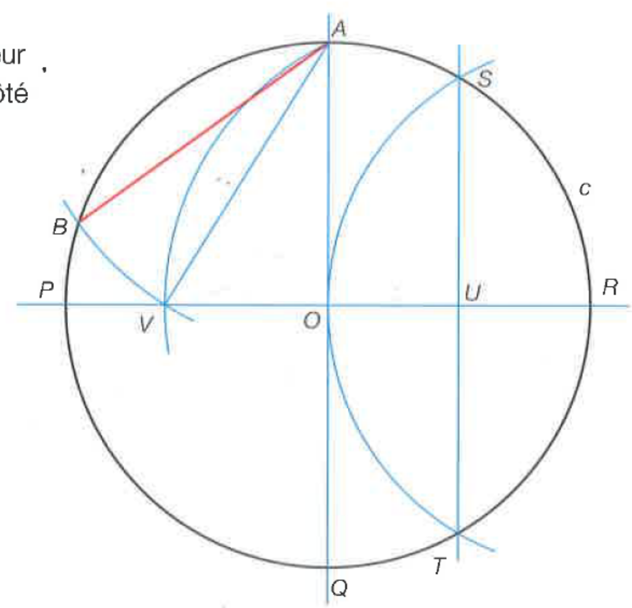
Note une marche à suivre pour y parvenir.



b) Après avoir construit un cercle *c*, le dessinateur a tracé un segment *AB* qui correspond au côté d'un pentagone régulier *ABCDE*.

Note une marche à suivre qui décrive cette construction.

Sur une feuille blanche, refais ce début de construction pour un cercle *c* de 5 cm de rayon et termine la construction du pentagone *ABCDE*.

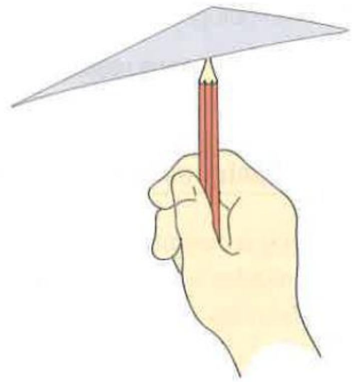


Lieux géométriques

ES18 En équilibre

Alice est capable de maintenir en équilibre, à l'aide de son crayon, n'importe quel triangle en carton.

Comment fait-elle?



ES19 Avec des baguettes

Tu as sur ta table cinq baguettes de 3, 4, 6, 7 et 9 cm. Tu en choisis trois que tu disposes bout à bout pour former un triangle.

a) Combien de triangles différents pourras-tu former avec ces baguettes?

b) Construis précisément le triangle qui a le plus petit périmètre et celui qui a le plus grand périmètre.

c) Construis le centre de gravité des deux triangles obtenus en **b)**.

ES20 Droite d'Euler

Construis un triangle dont les côtés mesurent 8, 10 et 12 cm.

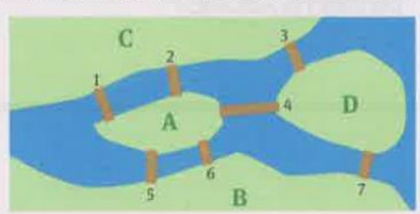
Construis son orthocentre, le centre de son cercle circonscrit, son centre de gravité, le centre de son cercle inscrit.

Euler a démontré que trois de ces points sont toujours alignés. Lesquels?

Leonhard Euler est un des plus grands mathématiciens suisses. Il est né le 15 avril 1707 à Bâle et mort le 18 septembre 1783 à Saint-Pétersbourg. Il figurait sur une ancienne série de billets de banque suisses.

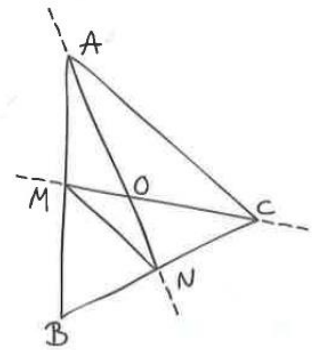
C'est à lui que l'on doit, entre autres nombreux travaux, la résolution du célèbre problème des ponts de Königsberg et sa généralisation: la ville de Königsberg (Kaliningrad) est traversée par la Pregel et comporte deux îles (A et D) et sept ponts.

Le problème consiste à déterminer s'il existe ou non une promenade dans les rues de Königsberg permettant, à partir d'un point de départ au choix, de passer une et une seule fois par chaque pont, et de revenir à son point de départ, étant entendu qu'on ne peut traverser la Pregel qu'en passant sur les ponts.



ES21 Quelle justification ?

Dans le triangle *ABC*, *AN* est une médiatrice et *CM* une médiane.



Ce triangle possède au moins quatre propriétés remarquables ; détermine-les en justifiant tes propositions.

FICHIER ES22 et ES23

ES24 Help !

Caroline souhaite placer un point *P* quelque part entre les extrémités du côté *AB* d'un triangle *ABC* dont les trois angles sont aigus.

Le point *P* doit se trouver à égale distance des deux autres côtés.

Où va-t-elle le placer ?

ES25 Où suis-je ?

Trace un parallélogramme.

a) Peux-tu construire un point qui soit situé à égale distance de chaque côté ?

b) Je suis un point. Depuis là où je me trouve, je peux toujours atteindre un côté du parallélogramme par un déplacement inférieur ou égal à 2 cm.

Où suis-je ?

ES26 Des ronds dans l'eau

Trace un triangle et construis son cercle inscrit et son cercle circonscrit.

Dans quel cas ces deux cercles seront-ils concentriques ?

FICHIER ES27

ES28 Confondant !

Construis un triangle équilatéral de 6,5 cm de côté.

Construis la médiane issue de l'un des sommets, la hauteur issue d'un autre sommet et la bissectrice qui passe par le troisième sommet.

Obtiens-tu le même résultat que tes camarades ?

FICHIER ES29

Déduction de valeurs d'angles

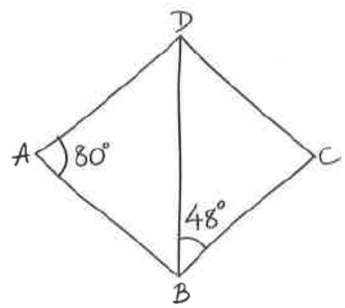
ES30 Sur la pointe

BD mesure 8 cm.

$AB = AD$

$CB = CD$

S'agit-il d'un parallélogramme ?



ES31 A calculer

Représente, par un croquis :

- un triangle ABC, rectangle en A, tel que l'angle $\widehat{ABC}$ soit égal à 30° ;
- les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$.

Ces bissectrices se coupent au point F.

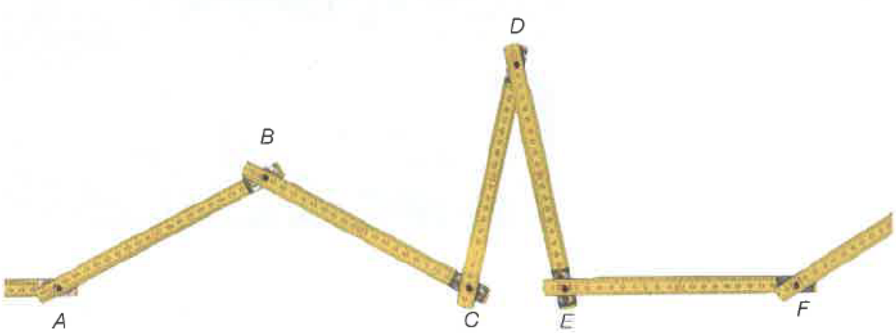
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{AFC}$.

ES32 Le double-mètre

Les points A, B et D sont alignés, tout comme les points A, C, E et F.

L'angle $\widehat{ABC}$ mesure 156°.

Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CDE}$?



ES33 Esquisse et calcule !

Dans un triangle ABC, $\widehat{BAC} = 40°$ et $\widehat{ABC} = 76°$.

La bissectrice de $\widehat{BAC}$ coupe BC en A'.

La perpendiculaire à AB passant par C coupe AB en H.

AA' et CH se coupent en F.

Calcule et justifie la valeur de $\widehat{AFC}$.

ES34 Bissection

Dans un triangle EFG, la bissectrice de $\widehat{FEG}$ coupe FG en R.

La bissectrice de $\widehat{ERG}$ coupe EG en S.

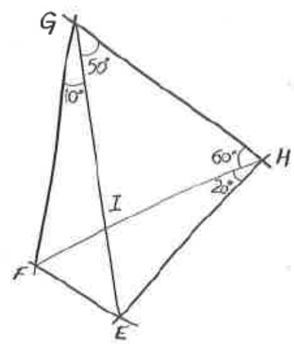
Calcule et justifie la valeur de $\widehat{RSG}$, si $\widehat{FEG} = 52°$ et $\widehat{EFG} = 94°$.

ES35 Isocèle et équilatéral

Dans le croquis ci-contre, on indique la mesure de certains angles.

Quelles sont les mesures des angles du triangle EFI ?

Justifie tes résultats.



FICHIER Faire le point p. 137

Encore quelques problèmes

ES36 Fait sur mesure

Construis un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 6 cm et dont l'un des côtés de l'angle droit mesure 2,7 cm.

ES37 Les deux...

Construis précisément chaque figure et note une marche à suivre.

a) Les deux diagonales d'un parallélogramme mesurent, respectivement, 8 cm et 5 cm ; elles forment entre elles un angle de 60°.

b) Les deux hauteurs d'un parallélogramme mesurent, respectivement, 4 cm et 5 cm ; un de ses côtés mesure 7 cm.

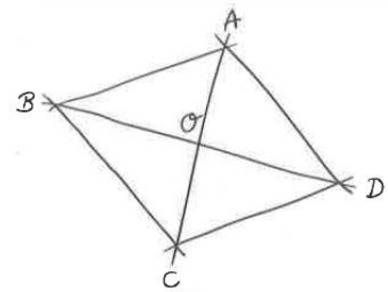
ES38 A fond la forme !

ACD est un triangle isocèle, tel que *DA* = *DC*.

DO est une hauteur du triangle *ACD*.

B, *O* et *D* sont alignés.

De quelle figure peut-il s'agir ?



ES39 Rectangle et isocèle

Trace un segment *AM* de 3 cm.

AM est la médiane issue du sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle isocèle *ABC*.

Construis le triangle *ABC*.

ES40 Jennifer et Christophe

Jennifer prétend qu'en construisant seulement une bissectrice et une médiatrice d'un triangle isocèle, elle peut déterminer le centre de son cercle inscrit.

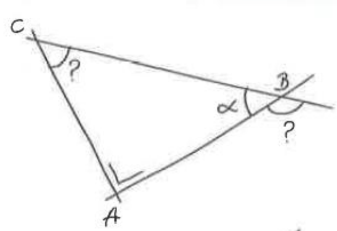
Christophe affirme, lui, qu'en construisant seulement une médiane et une médiatrice d'un triangle isocèle, il parvient à déterminer le centre de son cercle circonscrit.

Qu'en penses-tu ?

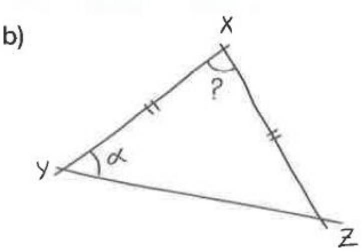
ES41 En fonction de α

Dans chacune des figures suivantes, exprime en fonction de α la valeur des angles notés par un point d'interrogation :

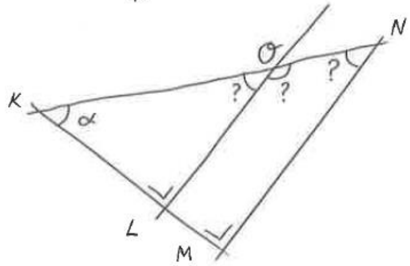
a)



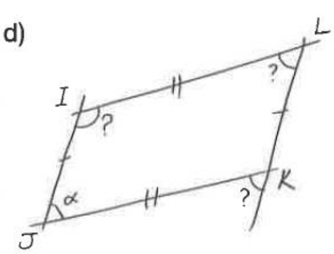
b)



c)



d)



ES42 Un quart d'aire

Trace un triangle.

Sans effectuer de mesures et uniquement à l'aide de ton compas et de ta règle, construis un second triangle dont l'aire est quatre fois plus petite que celle du triangle que tu as dessiné.

ES43 Laurel et Hardy

Laurel prétend qu'il existe des polygones dont la somme des angles est supérieure à un million de degrés. Hardy est persuadé du contraire.
A ton avis, qui a raison ?

Chapeau melon vissé sur la tête, sourire et sourcils des plus expressifs, Stan Laurel (1890-1965) et Oliver Hardy (1892-1957) ont constitué pendant de nombreuses années un duo d'acteurs comiques américains. Durant l'entre-deux-guerres, ils ont joué dans environ cent vingt films, muets d'abord, puis parlants.

Leur couple comique s'appuyait sur leurs différences physiques – Laurel petit et fluet, Hardy grand et tout en rondeurs – et de caractère – le premier naïf et pleurnichard, le second autoritaire et colérique. Leur influence sur d'autres acteurs, américains et européens, a été importante, de même que leur comique fondé sur les dissemblances à l'intérieur d'un duo.

ES44 Polygones étoilés

Voici un polygone étoilé régulier à 15 branches.

Observe la façon dont il a été construit, sans lever le crayon !

Peux-tu construire d'autres polygones étoilés à 15 branches toujours, mais avec des angles différents ?

Refais la même recherche avec des polygones différents (5, 7, 8, … côtés, par exemple).

ES45 Marche à suivre

Par le milieu M d'un segment AC de 7,7 cm, trace une droite d faisant un angle de 30° avec le segment AC.

Sur la droite d, reporte deux segments MB et MD de 6 cm de long, de part et d'autre de M.

Trace les segments AB, AD, CB et CD.

Construis les milieux E de AB, F de BC, G de CD et H de AD.

Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$?

Combien mesure l'angle $\widehat{EFG}$?