

Figures géométriques planes

Apprentissages visés

- Reconnaissance, dénomination, description et construction de figures planes selon leurs propriétés
- Reconnaissance, dénomination, description des propriétés et construction de :
 - tangente, angle au centre d'un cercle, angle inscrit dans un cercle, angles isométriques
 - cercle de Thalès
- Représentation de figures planes par un croquis et/ou un dessin à l'échelle
- Utilisation de systèmes de repérage

Sommaire

• Pour réactiver certaines connaissances	174
• Encore quelques problèmes	174
• Angles isométriques	177
• Tangente et cercle de Thalès	182
• Encore quelques problèmes	184
• Triangles semblables	186

FICHIER Que sais-je ? p. 117

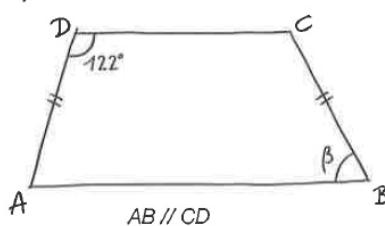
Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER ES1

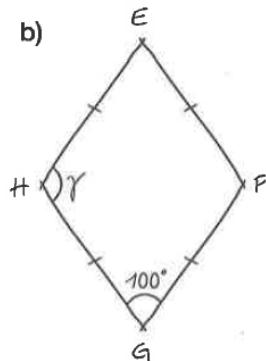
ES2 Chaînons logiques

A l'aide des informations fournies, détermine la valeur des angles demandés des polygones ci-dessous.

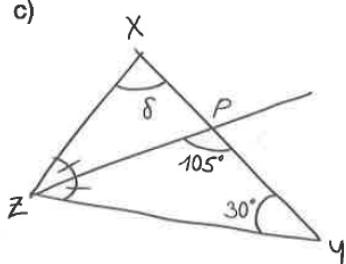
a)



b)



c)



FICHIER ES3

Encore quelques problèmes

FICHIER ES4

ES5 A louer

Amélie visite un appartement situé au rez-de-chaussée d'une maison campagnarde.

Pourrais-tu l'aider à dessiner un plan de cet appartement en utilisant les informations qui suivent ?

La porte d'entrée, située sur la façade nord de l'habitation, mesure 1 m de largeur.

Elle ouvre sur un couloir de 3 m de longueur, en direction du sud.

Le long de celui-ci, exactement au milieu de la paroi de gauche en entrant, se situe l'entrée dans une cuisine de forme carrée.

La cuisine est illuminée par deux fenêtres de 60 cm de largeur, l'une située dans le mur de la porte d'entrée et l'autre dans la paroi est.

A l'extrémité du couloir, Amélie débouche sur un salon rectangulaire, d'une longueur de 9 m dans la direction ouest-est et d'une largeur de 4 m.

Une grande baie vitrée de 5 m × 1,60 m laisse entrer le soleil du matin au soir.

SUITE ➔

Le mur, situé au nord du séjour et à l'ouest du couloir, débute et se termine par deux portes de 90 cm :

- la première donne accès à une chambre à coucher occupant la longueur du couloir, large de 3 m et qui donne, par l'intermédiaire d'une fenêtre de 60 x 60 cm, en direction du nord;
- la seconde permet d'entrer dans la salle de bain de même longueur que la chambre à coucher.

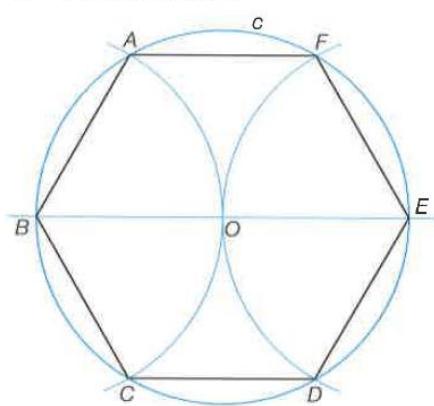
L'appartement forme un rectangle dont l'aire vaut 63 m².

ES6 Etape par étape

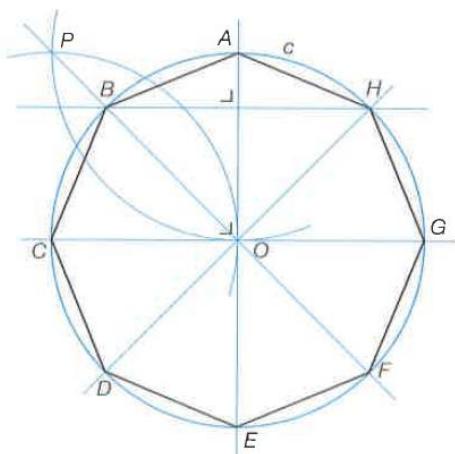
En observant les figures suivantes, cherche la façon dont on a procédé pour les construire.

Note, sur une feuille de papier, la marche à suivre qui décrit précisément cette construction.

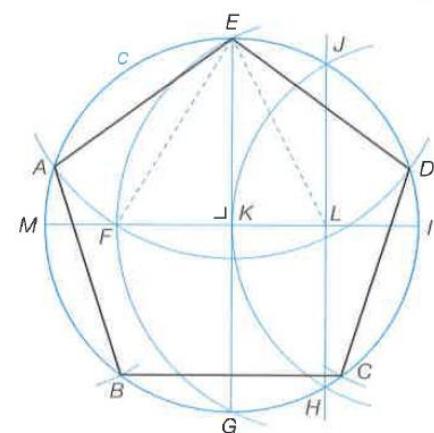
a) Hexagone régulier



b) Octogone régulier

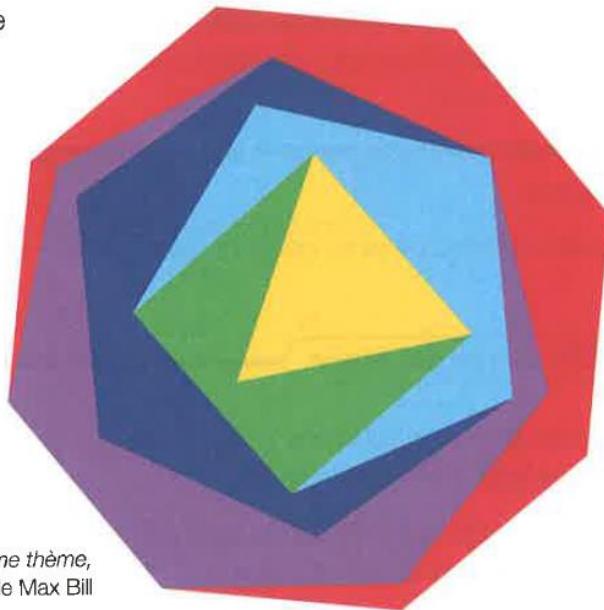


c) Pentagone régulier

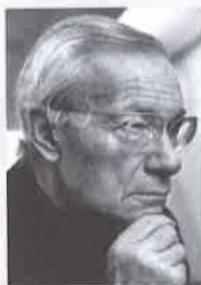


ES7 Clin d'œil à un artiste : Max Bill

Construis la figure ci-contre ; le triangle jaune est équilatéral et son côté mesure 6 cm.



*Quinze variations sur un même thème,
Variation 01 de Max Bill*



Max Bill (1908-1994), peintre, sculpteur, architecte et dessinateur suisse, est l'un des grands représentants de l'art concret, mouvement fondé en 1930 par Theo Van Doesburg qui prône l'utilisation des mathématiques, en particulier de la géométrie, dans la conception et la réalisation des œuvres d'art.

Max Bill a également créé quelques pièces de mobilier dont l'esthétisme se caractérise par la simplicité et la pureté des lignes, à l'image d'une de ses pièces maîtresses, la *Drei-beinstuhl* (chaise à trois pieds).

**ES8 Côtés isométriques**

Dessine trois segments OA , OB et OC de même longueur tels que :

$$\widehat{AOB} = 80^\circ, \widehat{BOC} = 40^\circ \text{ et } \widehat{AOC} = 120^\circ.$$

Calcule la valeur des angles du triangle ABC .

Angles isométriques

ES9 Sécante

m et n sont deux droites parallèles coupées en A et B par la sécante o .

Les angles ainsi formés sont numérotés de 1 à 8.

Aline affirme que deux angles opposés l'un à l'autre par le sommet sont isométriques.

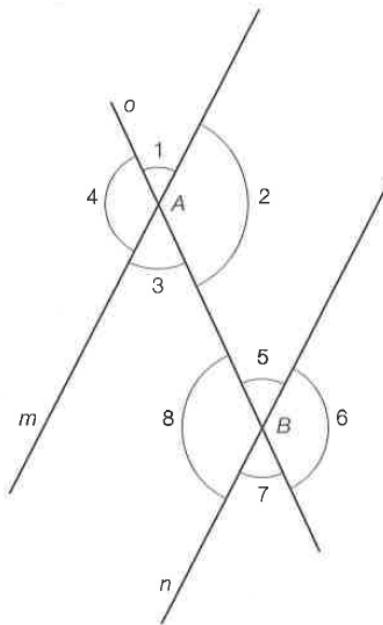
Marine prétend qu'il y a huit paires d'angles adjacents supplémentaires.

Seema pense qu'il y a plutôt quatre paires d'angles correspondants.

Barbara est certaine qu'il y a le même nombre de paires d'angles alternes-internes que de paires d'angles alternes-externes.

Sylvia dit que ses copines ont raison, mais que leurs affirmations ne sont plus valables si l'on modifie la direction de la droite o .

Qui a raison ?



ES10 Angles et droites

Trace une droite d .

Place un point P situé à 6 cm de d .

Construis une droite e , parallèle à d , qui passe par P .

Par P , trace une droite f qui fait un angle de 55° avec d .

Mesure les huit angles ainsi formés.

Obtiens-tu les mêmes résultats que ton voisin ?

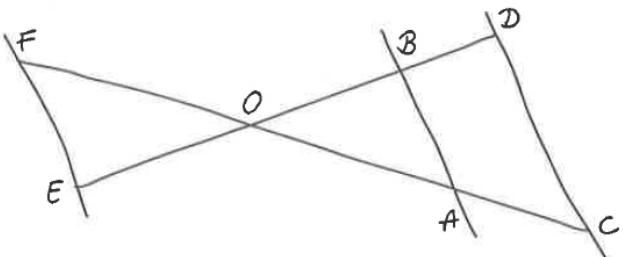
ES11 Isométrie d'angles

F, O, A et C sont alignés, tout comme E, O, B et D .

$EF \parallel AB \parallel CD$

$OE = OB$

Quels sont les angles isométriques ?

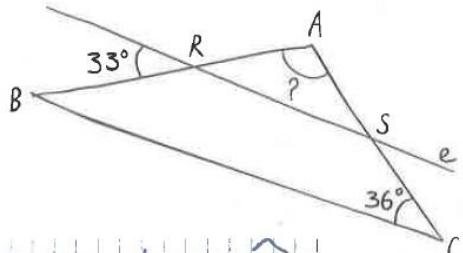


ES13 Discussion autour d'un angle

Sachant que la droite e est parallèle à BC , calcule la mesure de l'angle \widehat{BAC} . Justifie chacune de tes déductions.

Voici le devoir de trois élèves sur le problème ci-dessus. Qui a raison ?

Alex: L'angle \widehat{ABC} mesure 33° (alterne-intérieur), donc l'angle \widehat{BAC} vaut $180 - 36 - 33 = 111^\circ$.



Bertrand:

L'angle \widehat{ABC} mesure 36° parce que le triangle ABC est isocèle en A , donc l'angle en A mesure 108° , puisque $36 + 36 + 108 = 180$.

Carlos:

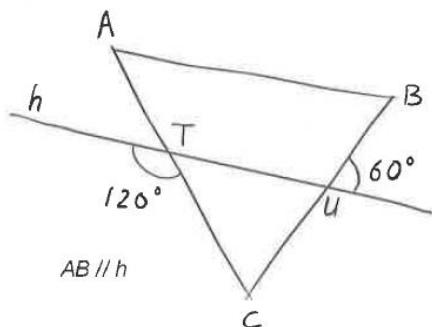
$\widehat{ARS} = 33^\circ$ (opposé par le sommet)

$\widehat{RSA} = 36^\circ$ (correspondant)

$\widehat{RAS} = 111^\circ$ ($180 - 36 - 33$)

ES14 De quel type ?

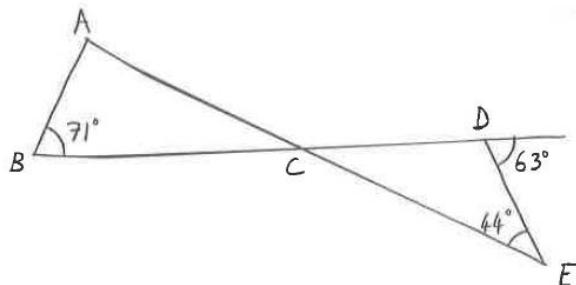
En utilisant les informations données sur le croquis, détermine le type du triangle ABC .



ES15 Perpendiculaire ou non ?

BD et AE se coupent en C .

AB est-il perpendiculaire à AE ?



ES18 Angles inscrits et angles au centre

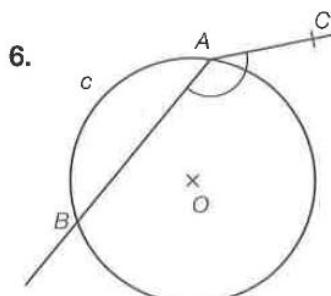
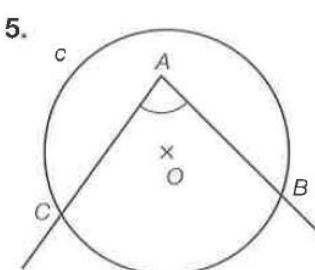
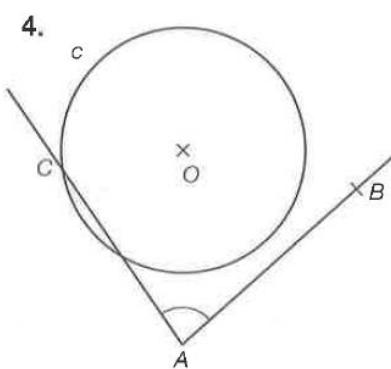
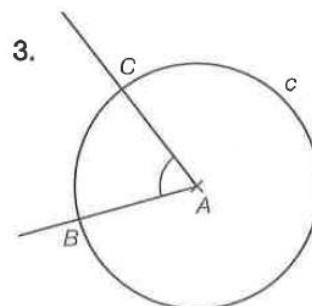
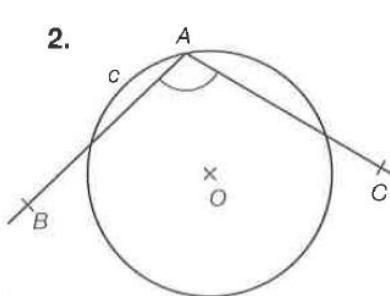
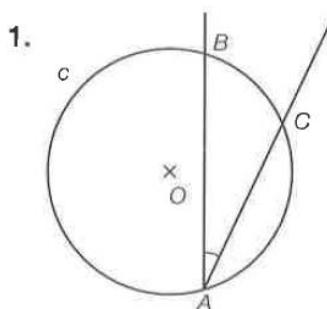
- a) Dans les figures 1 et 2, l'angle \widehat{BAC} est un angle inscrit dans le cercle c .

Dans les autres figures, ce n'est pas le cas.

Quelles sont les caractéristiques d'un angle inscrit ?

- b) Dans la figure 3, l'angle \widehat{BAC} est un angle au centre, ce qui n'est pas le cas dans les autres figures.

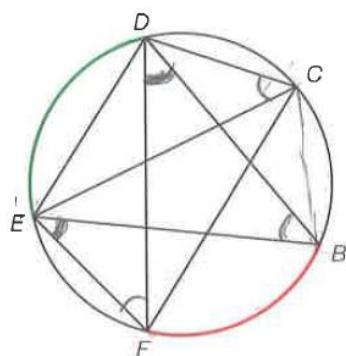
Quelles sont les caractéristiques d'un angle au centre ?



- c) Dans les figures 1, 3 et 5, l'angle \widehat{BAC} intercepte l'arc \widehat{BC} .
Et dans la figure ci-contre, quels sont les angles inscrits qui interceptent :

– l'arc \widehat{ED} ?

– l'arc \widehat{BF} ?



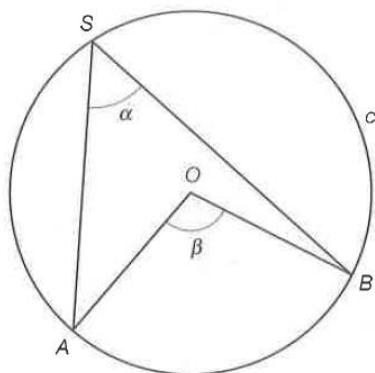
ES19 Quel angle de vue ?

A , B et S sont trois points d'un cercle c de centre O .

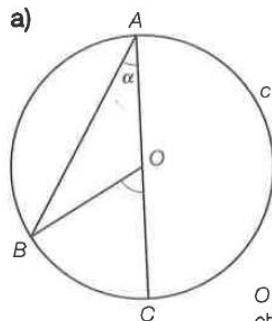
Construis une telle figure dans ton cahier en modifiant plusieurs fois la position du sommet S .

Pour chaque nouvel emplacement de S , compare les mesures de l'angle inscrit α et de son angle au centre β .

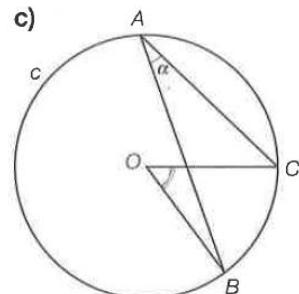
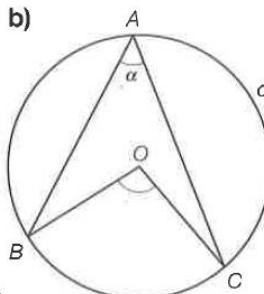
- Que constates-tu ?
- Quelle conjecture peux-tu faire sur la base de tes constatations ?

**ES20 Théorème de l'angle inscrit**

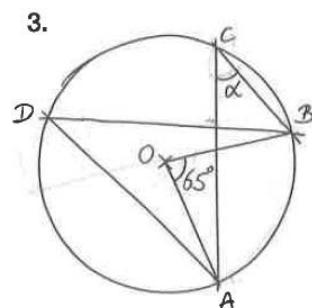
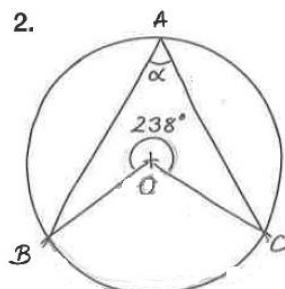
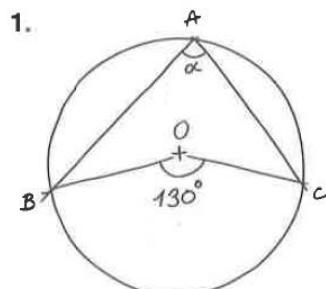
En observant ces figures, justifie pour chacune d'elles la propriété suivante: $\widehat{BOC} = 2\alpha$.



O est le centre de chaque cercle.

**ES21 Cercles et angles**

- Pour chaque figure, les points A , B , C , et D pour la dernière, appartiennent au cercle de centre O . Calcule, dans chaque cas, la valeur de l'angle α .



- Cite tous les angles inscrits isométriques de la figure de l'exercice ES18 c).

ES23 Isométriques ?

Dessine un quadrilatère $TUVW$ inscrit dans un cercle c .

Trace ses deux diagonales TV et UW .

Dans la figure ainsi formée, quelles sont les paires d'angles isométriques ?

ES24 Quadrilatère inscrit

Dessine un quadrilatère $ABCD$, inscrit dans un cercle c de centre O , tel que :

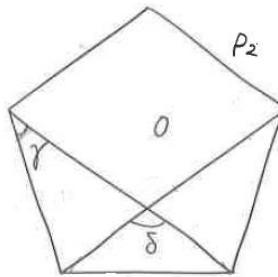
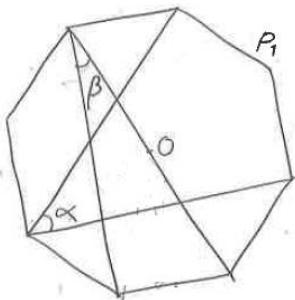
$$\widehat{AOB} = 110^\circ, \widehat{BOC} = 70^\circ \text{ et } \widehat{COD} = 100^\circ.$$

Calcule la valeur des angles du quadrilatère $ABCD$.

FICHIER **ES25****ES26 Angles et polygones**

Les deux polygones ci-dessous sont réguliers.

Calcule la mesure des quatre angles indiqués.

**ES27 Où est-il ?**

Trace un triangle isocèle OAB , tel que $OA = OB$.

Où placer un point S tel que l'angle \widehat{ASB} mesure la moitié de l'angle \widehat{AOB} ?

Tangente et cercle de Thalès

FICHIER **ES28**

ES29 Point de tangence

Trace un cercle c de 3,5 cm de rayon et de centre O .

Place un point T sur le cercle.

Construis la tangente au cercle c qui passe par T .

FICHIER **ES30**

ES31 Pas n'importe quel cercle

Trace un cercle c de centre O et de diamètre AB .

Place trois points P , Q et R sur ce cercle.

Mesure les angles \widehat{APB} , \widehat{AQB} et \widehat{ARB} .

Quelle conjecture peux-tu faire ? Prouve-la.

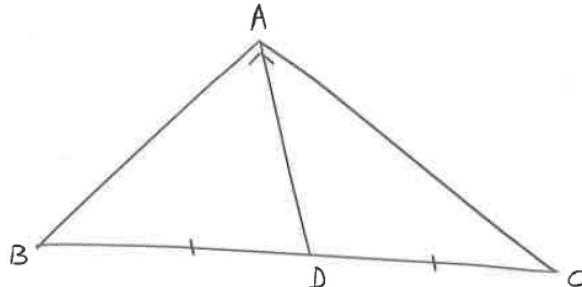
ES32 J'affirme !

Que dire des affirmations suivantes ?

- Le centre du cercle circonscrit d'un triangle rectangle se trouve toujours au milieu de l'hypoténuse.
- Dans un triangle rectangle, la médiane issue du sommet de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse.

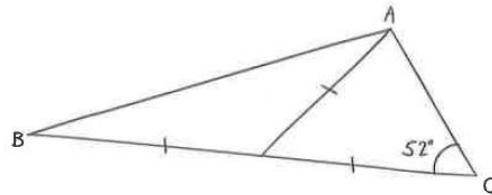
ES33 Le type d' ABD

De quel type est le triangle ABD ?



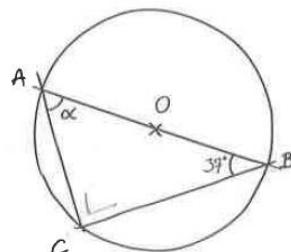
ES34 Le type d'ABC

De quel type est le triangle ABC ?

**ES35 Dans un cercle**

A, B et C appartiennent au cercle de centre O .

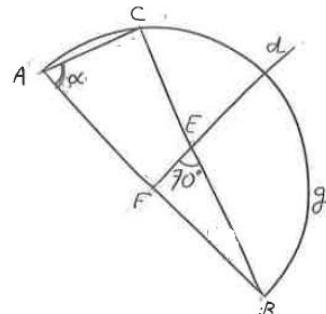
Calcule la valeur de l'angle \widehat{BAC} .

**ES36 Dans un demi-cercle**

g est un demi-cercle de diamètre AB , C est un point de ce demi-cercle.

La droite d est la médiatrice du segment AB .

Détermine la valeur de l'angle α .



FICHIER ES37 et ES38

ES39 Quoi ?

On donne un triangle QRS , rectangle en Q , ainsi que sa hauteur QO .

Le cercle de Thalès du segment QO coupe QR en U et QS en I .

Que dire du quadrilatère $QUOI$?

ES40 Surprise

Dessine deux cercles, de rayons différents, qui se coupent en A et B .

Trace leurs diamètres d'extrémité A dont les deux autres extrémités sont, respectivement, P et Q .

Observe les points P , B et Q .

Que constates-tu ?

ES41 Des tangentes

Trace un cercle c de 3,5 cm de rayon et de centre O .

Place un point P , tel que $PO = 7,5$ cm.

Construis les tangentes au cercle c qui passent par P .

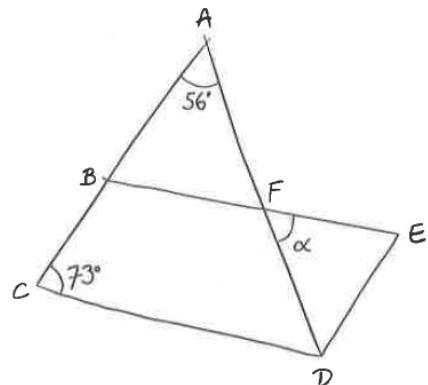
Encore quelques problèmes

FICHIER ES42

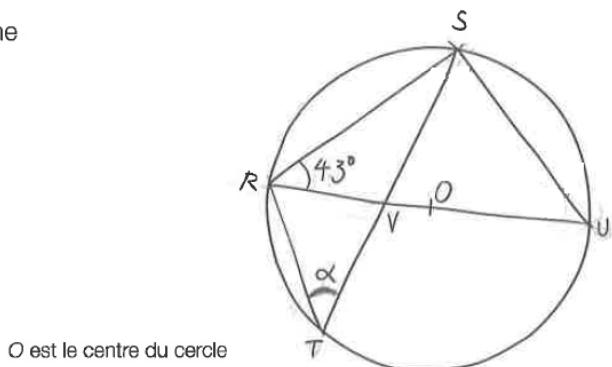
ES43 La preuve !

$BCDE$ est un parallélogramme et ACD est un triangle.

Détermine la valeur de l'angle α .

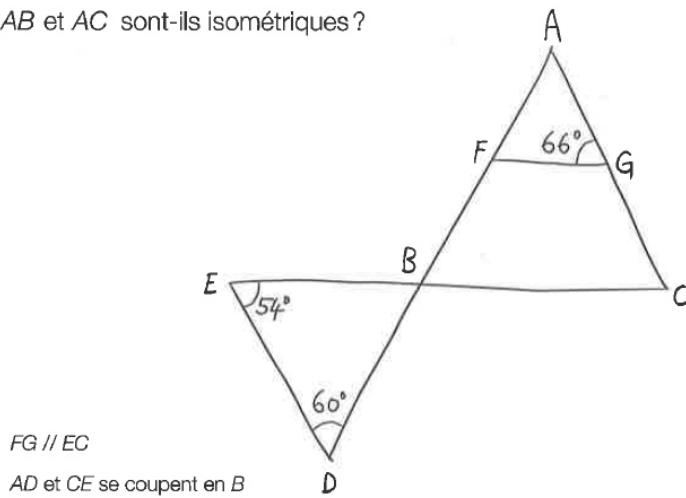
**ES44 Que vaut α ?**

A l'aide des informations fournies, détermine la valeur de l'angle α .



ES45 $AB = AC$?

Les segments AB et AC sont-ils isométriques ?

FICHIER **ES46****ES47 Calculs de mesures**

Trace un segment XY de 7,3 cm.

Construis la médiatrice m de XY .

Trace une demi-droite Xn qui fait un angle de 64° avec XY .

Construis la perpendiculaire p à la demi-droite Xn , qui passe par X .

Celle-ci coupe m en O .

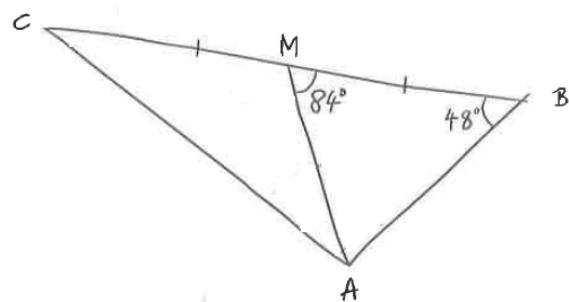
Trace le cercle $c(O ; OX)$ qui coupe m en K et L .

Sur l'arc de cercle \widehat{XY} , place deux points R et S .

Quelles sont les mesures des angles \widehat{XYR} et \widehat{XSY} ?

ES48 Quelconque ?

De quel type est le triangle ABC ?

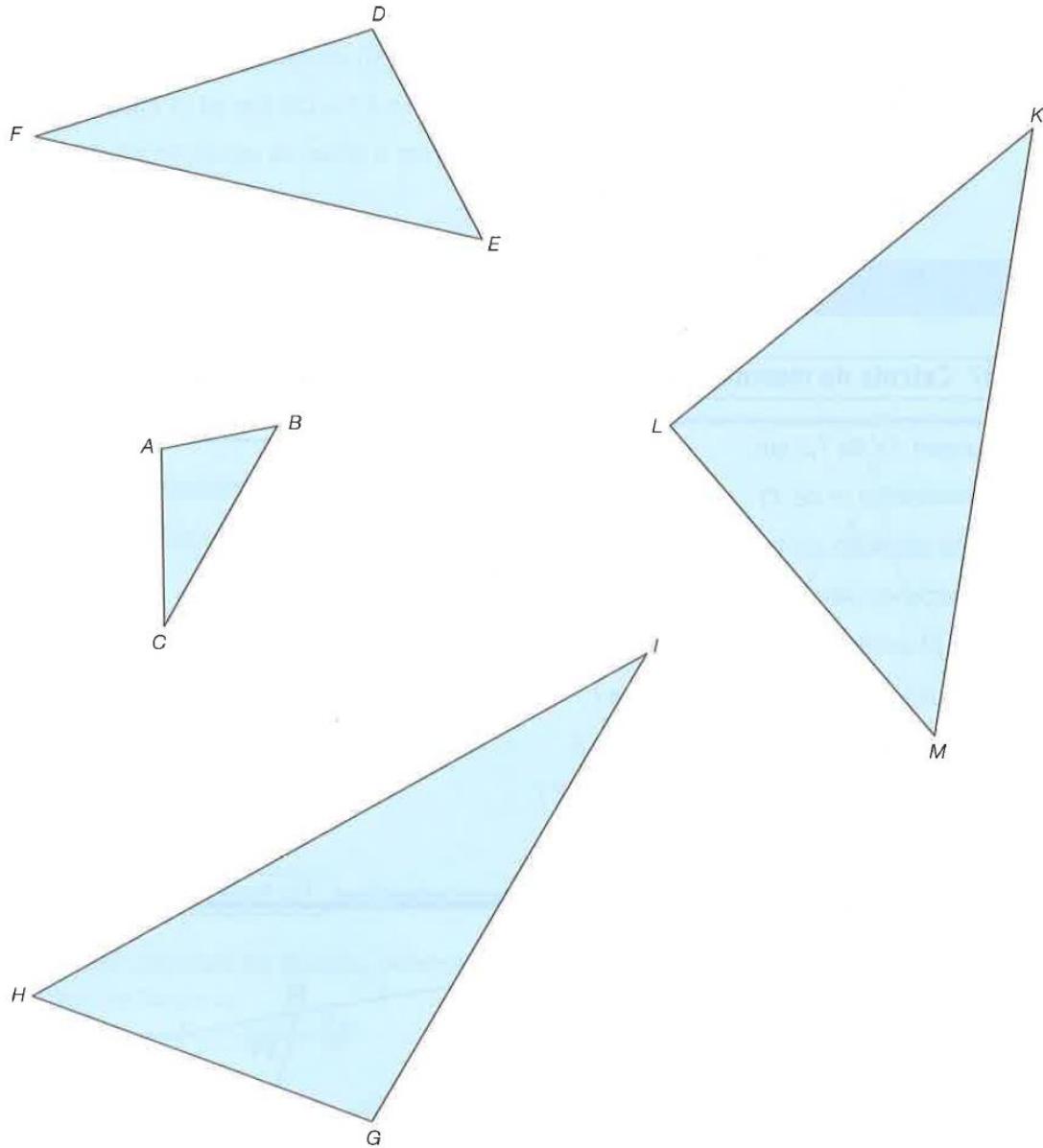


Triangles semblables

ES49 Semblables ou non ?

ABC , DEF et GHJ sont des triangles semblables ; KLM n'est pas semblable aux autres triangles.

Comment reconnaître des triangles semblables ?



ES50 Toujours semblables ?

- a) Construis un triangle dont les côtés mesurent 5 cm, 8 cm et 9 cm. Construis un agrandissement de ce triangle de telle façon que le côté de 8 cm mesure dorénavant 12 cm.

Mesure les angles de chaque triangle. Que constates-tu ?

- b) Construis deux triangles ABC et $A'B'C'$, de grandeur différente, dont les angles mesurent :

$$\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'} = 70^\circ, \widehat{ACB} = \widehat{A'C'B'} = 50^\circ \text{ et } \widehat{CBA} = \widehat{C'B'A'} = 60^\circ$$

Mesure les côtés de ces triangles, puis calcule les rapports suivants :

$$\frac{AB}{BC} ; \frac{AB}{AC} ; \frac{BC}{AC} ; \frac{A'B'}{B'C'} ; \frac{A'B'}{A'C'} ; \frac{B'C'}{A'C'}$$

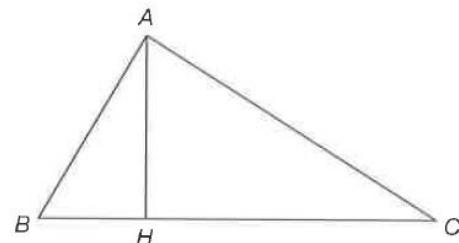
Que constates-tu ?

- c) Fais de même pour les rapports : $\frac{AB}{A'B'} ; \frac{BC}{B'C'} ; \frac{AC}{A'C'}$

ES51 Trois triangles

Le triangle ABC est rectangle en A ; AH est une de ses hauteurs.

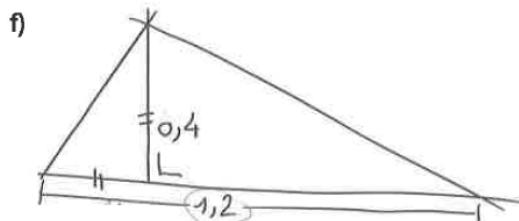
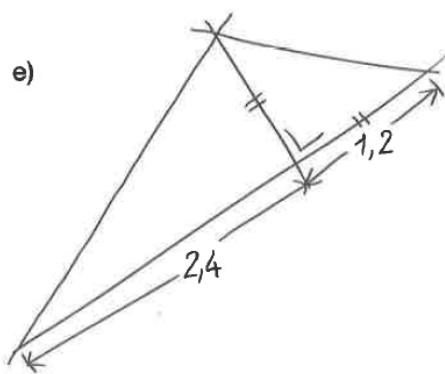
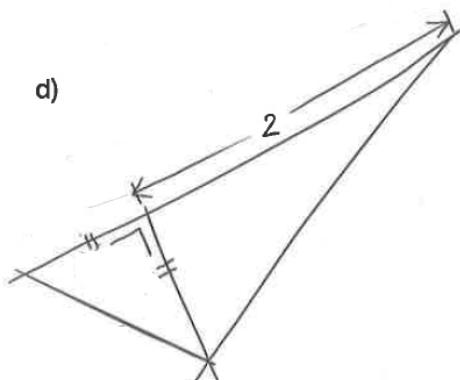
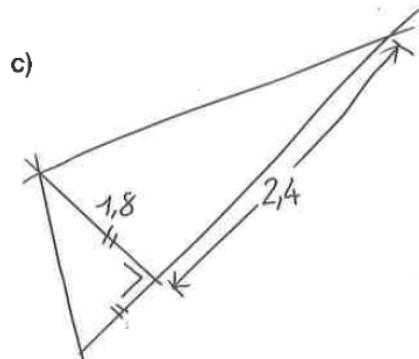
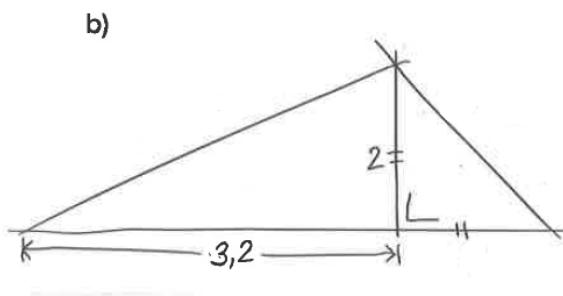
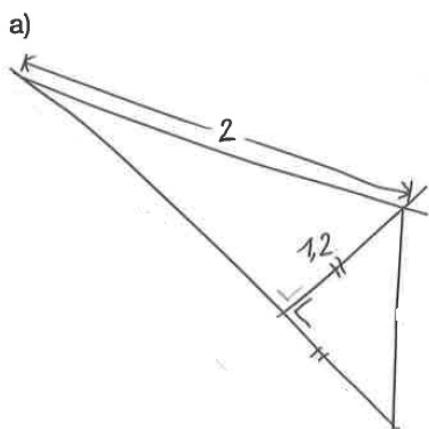
Quels sont les triangles semblables que tu peux trouver dans cette figure ?



ES52 Tri

On considère des triangles dont on a tracé une des hauteurs.

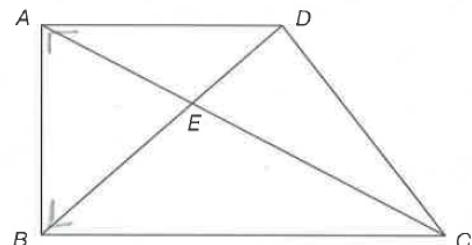
Lesquels sont semblables ?



ES53 Diagonales d'un trapèze

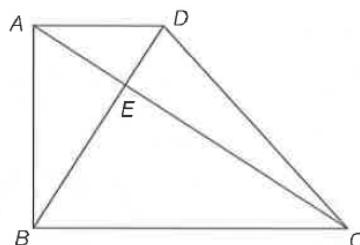
Les diagonales du trapèze rectangle $ABCD$ se coupent en E .

Quels sont les triangles semblables que tu peux trouver dans cette figure ?

**ES54 Encore des diagonales**

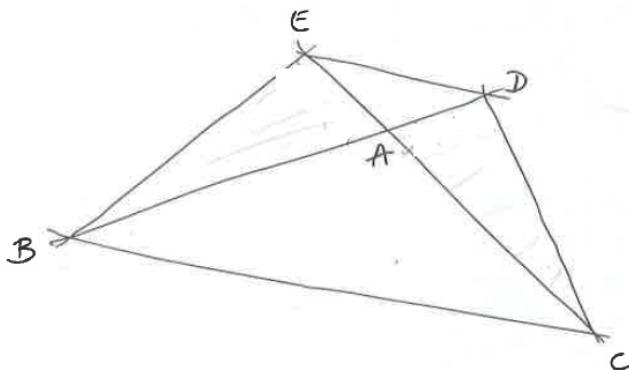
Les diagonales du trapèze rectangle $ABCD$ se coupent perpendiculairement en E .

Quels sont les triangles semblables que tu peux trouver dans cette figure ?

**ES55 Voilà la question !**

Dans cette figure :

- l'angle \widehat{BAC} est obtus;
- \widehat{BEC} et \widehat{CDB} sont deux angles droits.



a) Les triangles BAE et CAD sont-ils semblables ?

b) Les triangles ABC et ADE sont-ils semblables ?