

Nombres réels

Apprentissages visés

- Connaissance et utilisation de différentes écritures d'un même nombre
- Comparaison, approximation, encadrement, représentation sur une droite et ordre de grandeur de nombres écrits sous forme décimale, fractionnaire, de pourcentage et/ou de puissance et de notation scientifique, de racine
- Utilisation de procédures de calcul réfléchi ou de calcul mental avec des nombres rationnels sous forme décimale et fractionnaire pour obtenir un résultat exact ou une estimation
- Connaissance et utilisation des propriétés des opérations avec des nombres entiers naturels écrits sous forme de puissances
- Utilisation des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace avec des nombres rationnels sous forme décimale et fractionnaire
- Discernement des ensembles de nombres
- Exploration de situations aléatoires
- Connaissance et utilisation des diverses fonctions de la calculatrice

Sommaire

• Pour réactiver certaines connaissances	36
• Pour consolider et approfondir	36
• Addition et soustraction de fractions	37
• Encore quelques problèmes	40
• Pour consolider et approfondir	43
• Multiplication et division de fractions	45
• Encore quelques problèmes	48
• Pour réactiver certaines connaissances	50
• Puissances	50
• Racines	52
• Notation scientifique	54
• Situations aléatoires	58

FICHIER Que sais-je ? p. 30

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER N097 à N099

NO100 Classement

Ordonne ces nombres par ordre croissant :

0,6

 $\frac{5}{6}$

0,8

 $\frac{6}{10}$ $\frac{17}{15}$

FICHIER N0101

NO102 Oranges

Les deux quinzièmes des trente oranges contenues dans un sac sont pourries.

Quel est le nombre d'oranges pourries ?

NO103 Marteau

Tu tapes sur un clou de 70 mm de long. En un coup, tu l'enfonces de $\frac{3}{2}$ cm.

Quelle est la longueur de la partie du clou encore visible ?

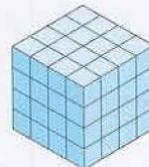
Pour consolider et approfondir

FICHIER N0104 à N0109

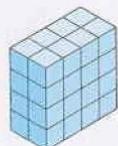
NO110 Fractions de cube

Le grand cube ci-contre représente l'unité.

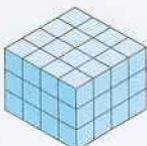
Quelle fraction irréductible de ce grand cube est représentée par chacun de ces solides ?



a)



b)



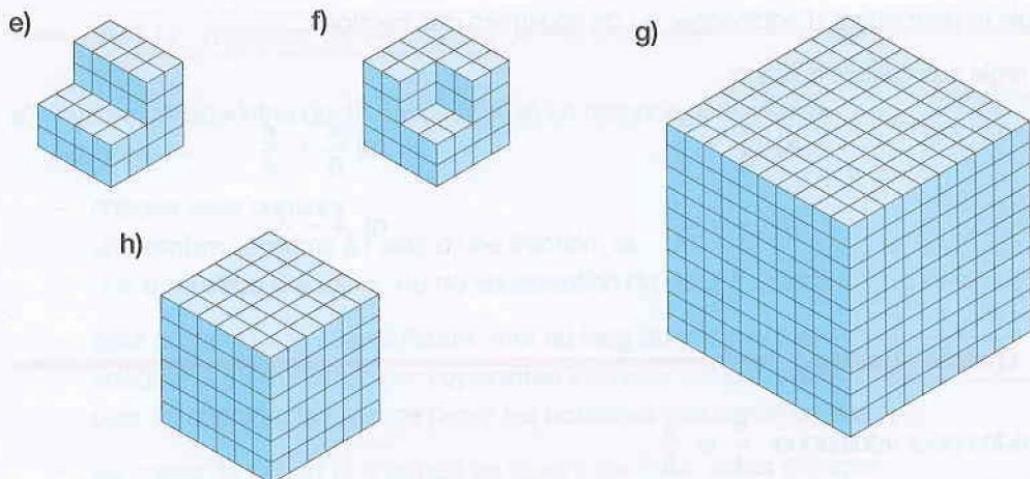
c)



d)



SUITE →



FICHIER NO111 et NO112

Addition et soustraction de fractions

NO113 Début de leçon

Aide François à effectuer cette opération.

$$\frac{2}{5} + \frac{7}{4} =$$

NO114 Rectangle coloré

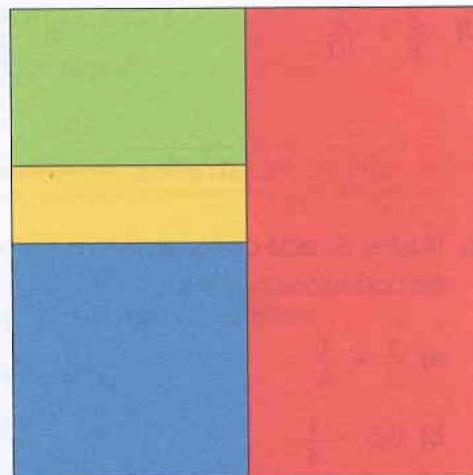
L'unité d'aire est le rectangle extérieur.

Effectue les opérations demandées.

La somme des aires des rectangles :

La différence des aires des rectangles :

e) bleu et vert; g) rouge et vert;
f) vert et jaune; h) bleu et jaune.



SUITE →

Énonce une règle te permettant d'additionner ou de soustraire des fractions.

Applique cette règle aux calculs suivants :

i) $\frac{4}{5} - \frac{2}{5}$

k) $\frac{7}{9} - \frac{2}{3}$

m) $\frac{5}{6} + \frac{5}{4}$

j) $\frac{5}{6} + \frac{1}{12}$

l) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$

n) $4 - \frac{7}{5}$

NO115 Quelle somme ?

Voici deux procédés pour additionner $\frac{3}{4}$ et $\frac{4}{5}$:

1. Comme $\frac{3}{4} = 0,75$ et $\frac{4}{5} = 0,80$, alors $0,75 + 0,80 = 1,55$.

Comme $1,55 = \frac{155}{100} = \frac{31}{20}$, on en déduit $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{31}{20}$.

2. $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} =$

$\frac{15}{20} + \frac{16}{20} = \frac{31}{20}$

Utilise les deux procédés successivement pour effectuer les opérations suivantes :

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$

b) $\frac{7}{5} - \frac{5}{4}$

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

Choisis maintenant le procédé qui te paraît le plus efficace et effectue les opérations suivantes :

d) $\frac{3}{2} + \frac{3}{10}$

e) $\frac{5}{8} + \frac{4}{3}$

f) $\frac{1}{7} + \frac{2}{5}$

NO116 Illustration

1. Illustré, à l'aide de figures géométriques (disques, carrés, rectangles, segments, ...), les opérations suivantes.

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{10} + \frac{3}{2}$

e) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

b) $0,5 - \frac{1}{4}$

d) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$

f) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

2. Énonce une règle permettant d'additionner ou de soustraire des fractions.

NO117 Histoire de se perdre

a) Invente un labyrinthe de 16 cases (4×4) en respectant les règles suivantes :

- chaque case contient :
- un **nombre**, exprimé à l'aide d'une fraction, et
- une **opération** d'addition ou de soustraction de deux fractions ;
- pour passer d'une case à l'autre, tout au long du cheminement adéquat, il s'agit d'effectuer l'**opération** indiquée sur la case, puis de chercher la réponse parmi les **nombre**s des cases voisines ;
- les cases de départ et d'arrivée se situent sur deux cases d'angles opposés ;
- le cheminement qui conduit du départ à l'arrivée doit être unique.

b) Soumets ton labyrinthe à ton voisin et demande-lui de retrouver le parcours qui mène de la case de départ à la case d'arrivée.

$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{7}{9} + \frac{3}{7}$	$\frac{4}{2} - \frac{2}{4}$

Exemple de deux cases

FICHIER NO118**NO119 La copine de Claudine**

Pour aller chez sa copine, Claudine a fait le quart du trajet à vélo jusqu'à la gare, les trois cinquièmes en train et le reste à pied.

Quelle fraction du voyage représente le parcours à pied ?

NO120 Avec ou sans lunettes ?

Dans une classe, $\frac{5}{12}$ des élèves portent des lunettes et les autres n'en ont pas.

Quelle fraction des élèves représentent ceux qui n'ont pas de lunettes ?

NO121 Consommation

a) Le réservoir de la voiture de Camille est vide.
Elle met 45 l d'essence et constate que son réservoir est plein aux trois cinquièmes.
Quelle est la capacité du réservoir à essence de sa voiture ?

b) Le réservoir de la voiture de Thibaud a une capacité de 60 l.
Il en a déjà consommé les trois cinquièmes.
Combien de litres d'essence cela représente-t-il ?

NO122 A pied ou à vélo ?

Dans une classe, $\frac{2}{3}$ des élèves viennent à l'école à pied et les sept autres à vélo.

Combien d'élèves compte cette classe ?

FICHIER NO123 à NO125

Encore quelques problèmes**NO126 Relief suisse**

La Suisse occupe une superficie d'environ 40 000 km², répartis en trois régions.

Les trois cinquièmes se trouvent dans les Alpes et les trois dixièmes dans le Moyen-Pays.

Quelle est la superficie du Jura, qui constitue la troisième grande région de la Suisse ?



NO127 Pays limitrophes de la Suisse

Les 1900 km de frontière suisse se répartissent approximativement ainsi :

Italie: $\frac{2}{5}$ France: $\frac{3}{10}$ Allemagne: $\frac{1}{5}$ Autriche et Liechtenstein: $\frac{1}{10}$

Calcule la longueur de chacun de ces tronçons.

NO128 Inférieur à la moyenne

Lors de la dernière évaluation de mathématiques, un tiers des élèves de la classe a obtenu une note d'au moins 4,5 et quatre neuvièmes une note de 4.

Tous les autres élèves ont obtenu une note inférieure à 4.

- Quelle fraction des élèves de la classe représente cette dernière catégorie ?
- Combien d'élèves peut-il y avoir dans cette classe ?

NO129 Soldes saisonniers

Lors des soldes d'hiver, un magasin offre un rabais de 20 % sur tous ses articles.

Combien paie-t-on alors un manteau coûtant normalement 240 francs ?

NO130 Fort Alamo

«Fort Alamo» est une émission de télévision d'une heure et quart durant laquelle les concurrents doivent trouver des indices en vue de découvrir une énigme.

Aux deux tiers de l'émission, les joueurs ont déjà trouvé la moitié des indices.

Combien de temps leur reste-t-il pour en trouver d'autres ?

NO131 Amazonie

La forêt amazonienne s'étend sur environ 4 000 000 km².

Cette année, $\frac{1}{100}$ de sa superficie a été détruite.

Cette partie représente-t-elle plus ou moins que la superficie de la Suisse ?

NO132 Cyclisme

Renaud a déjà parcouru les quatre septièmes de l'étape du jour et il lui reste 27 km à parcourir.

Quelle est la longueur totale de cette étape ?

NO133 En Lavaux

Un vigneron de Lavaux produit 360 hl de vin.

Il place $\frac{6}{10}$ de sa production dans des bouteilles de 75 cl et le reste dans des bouteilles de 37,5 cl.

a) Combien d'hectolitres met-il dans des bouteilles de 37,5 cl ?

b) Combien de bouteilles de chaque sorte obtient-il ?

«Je vais faire une belle pente tout exprès, dans l'exposition qu'il faut, avec l'inclinaison qu'il faut, et je vais mettre encore dans le bas la nappe de l'eau pour qu'il y ait ainsi deux soleils sur elle, que le soleil qui vient ailleurs d'en haut seulement vienne ici d'en haut et d'en bas...» Ce sont les mots que Ramuz, dans son roman *Passage du poète*, attribue à Dieu après que celui-ci eut créé Lavaux.

Poète et écrivain suisse, Charles Ferdinand Ramuz (1878-1947) chante, dans nombre de ses ouvrages, les paysages, les atmosphères et les caractères du pays vaudois. Situé entre Lausanne et Montreux, Lavaux, région de vignes et de vin, gorgée de soleil, est inscrit depuis juin 2007 au Patrimoine mondial de l'Unesco.

**NO134 Vente de pâtisseries**

Lors d'une vente pour un voyage d'études, $\frac{3}{5}$ des pâtisseries ont été vendues le matin, alors que $\frac{1}{4}$ seulement l'a été l'après-midi. A la fin de la journée, il restait encore neuf pâtisseries.

Combien de pâtisseries cette classe a-t-elle vendues ?

NO135 Bonbons

Romain a un certain nombre de bonbons. Il en donne le quart à Evelyne et le tiers à Florence.

Réponds, si c'est possible, aux questions suivantes :

a) Qui a le plus de bonbons après le partage : Romain, Evelyne ou Florence ?

b) Combien de bonbons reste-t-il à Romain ?

c) Romain a-t-il donné aux deux filles plus de la moitié des bonbons qu'il avait ?

NO136 Candidats

Lors d'une élection, $\frac{2}{5}$ des électeurs ont voté pour la candidate Laeticia, $\frac{1}{3}$ pour le candidat Gaëtan et le reste pour le candidat Timeo.

- Représente cette situation par un dessin de ton choix.
- Quelle fraction de l'assemblée a voté pour le candidat Timeo ?

FICHIER **NO137**FICHIER **Faire le point p. 43****Pour consolider et approfondir****NO138 Les quatre-heures**

En arrivant de l'école, tu trouves sur la table un gâteau entier partagé en quatre parts égales. Tu en manges une. Plus tard, ayant encore un peu faim, tu manges la moitié d'une des tranches restantes.

Quelle fraction du gâteau as-tu mangée en tout ?

NO139 Attention peinture fraîche

Un peintre en bâtiment a peint les deux cinquièmes d'un mur le matin et les six dixièmes l'après-midi.

Quelle part du mur reste-t-il à peindre ?

NO140 Les calculs de l'oncle Paul

Paul affirme qu'un demi plus un quart plus un tiers vaut 1.

- Paul a-t-il raison ? Justifie ta réponse par des calculs.
- Trouve trois nombres entiers positifs distincts a , b et c tels que: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

NO141 Un rabais, s.v.p. !

A l'occasion des soldes, tu ne paies que 75 % du prix d'un article qui coûte normalement 160 francs.

Quelle somme représente le rabais accordé ?

NO142 Voyage

Une personne a effectué les quatre cinquièmes d'un voyage long de 28 000 km en avion, le dixième en bateau et le reste en voiture.

Combien de kilomètres a-t-elle parcourus avec chacun des moyens de transport ?

NO143 Grêle tous azimuts

Après un orage de grêle, deux personnes évaluent les dégâts dans leur verger. La première constate que six arbres sur quinze ont été touchés, alors que la deuxième compte huit arbres sur vingt.

Lequel des deux vergers a été le plus abîmé ?

NO144 Le travail, c'est la santé

Une personne doit faire un travail en trois jours. Le premier jour, elle en effectue le tiers, le deuxième jour les $\frac{2}{5}$; elle travaille encore 6 heures au même rythme le troisième jour afin d'achever sa tâche.

Calcule la durée totale de ce travail.

FICHIER NO145 et NO146**NO147 Du plus grand au plus petit**

Classe les nombres suivants par ordre décroissant :

$-1,6$

$-\frac{4}{5}$

$-\frac{16}{10}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{45}{50}$

FICHIER NO148 à NO152**NO153 Vous avez dit moyenne ?**

La moyenne arithmétique de deux nombres est égale à leur somme divisée par deux. C'est celle que tu utilises pour calculer tes moyennes.

La moyenne harmonique de deux nombres est l'inverse de la moyenne arithmétique des inverses de ces deux nombres.

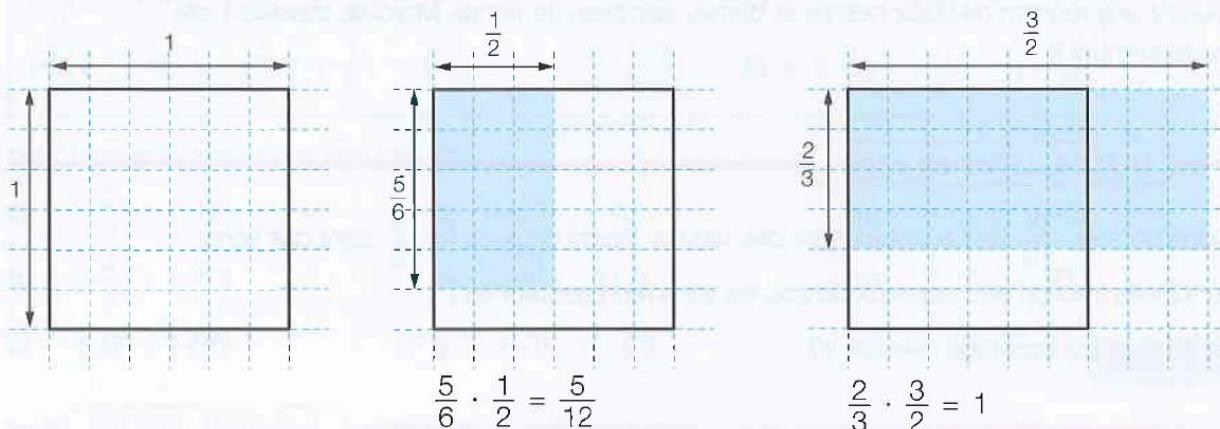
- Calcule la moyenne harmonique de 4 et de 6.
- Calcule la moyenne harmonique de 0,5 et de 0,2.
- Calcule la moyenne arithmétique de $\frac{3}{4}$ et de $\frac{5}{3}$.
- Calcule la moyenne harmonique de $\frac{3}{4}$ et de $\frac{5}{3}$.

Un exemple d'utilisation de la **moyenne harmonique** est le calcul de la moyenne de vitesses constantes. Si un train fait un aller-retour en ayant une vitesse v_1 constante à l'aller et une vitesse v_2 constante mais différente au retour, sa vitesse moyenne ne sera pas la moyenne arithmétique des vitesses, mais bien leur moyenne harmonique :

$$v_m = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}$$

Multiplication et division de fractions

NO154 Avec des rectangles



a) Illustre de la même façon les multiplications suivantes :

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} ; \quad \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} ; \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} ; \quad \frac{3}{2} \cdot 2 ; \quad \frac{7}{6} \cdot \frac{1}{2}$$

b) Enonce une règle te permettant de multiplier des fractions.

NO155 Conflit

Belle, Abel et Label proposent trois manières d'effectuer la multiplication $\frac{2}{5} \cdot 6$.

Belle

$$\frac{2}{5} \cdot 6 = \frac{12}{30}$$

Abel

$$\frac{2}{5} \cdot 6 = \frac{12}{5}$$

Label

$$\frac{2}{5} \cdot 6 = \frac{2}{30}$$

Qui a raison ?

FICHIER NO156 à NO161

NO162 Par couples

En utilisant chacun des dix nombres suivants, une et une seule fois, forme cinq couples dont le produit vaut 1.

$$\frac{2}{9} \quad -3 \quad \frac{5}{7} \quad 4,5 \quad 1,4 \quad 1,333\dots \quad -0,3333\dots \quad 0,75 \quad -1,2 \quad -\frac{5}{6}$$

NO163 Sacrée Marcelle!

Marcelle n'est pas la meilleure des collaboratrices et sa supérieure lui dit un jour: « Vous ne faites rien les trois quarts du temps, et la moitié de votre travail est tout à fait insuffisant! »

Durant une réunion de deux heures et demie, combien de temps Marcelle travaille-t-elle correctement?

NO164 Lions en cage

Dans un zoo, $\frac{3}{10}$ des animaux sont des fauves. Parmi ceux-ci, les $\frac{2}{5}$ sont des lions.

- Quelle fraction des animaux du zoo les lions représentent-ils?
- Et quel pourcentage cela fait-il?

NO165 Règle à trouver

Résous les deux problèmes ci-dessous et, en observant les résultats, trouve une règle de calcul pour la division des fractions.

- Il reste les trois quarts de ton gâteau d'anniversaire. Tu le partages avec des amis.

Quelle part du gâteau mangera chacun d'entre vous si vous êtes en tout:

- trois personnes?
- six personnes?

- Tu leur offres aussi à boire. Tu as prévu une bouteille de jus d'orange d'un litre et demi.

Combien de verres peux-tu remplir complètement si tu utilises des verres:

- d'un demi-litre?
- d'un quart de litre?

NO166 Diviser en multipliant

Aide-toi de ces deux égalités pour trouver une règle te permettant de diviser des fractions entre elles.

$$\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$$

NO167 Contre-pied?

Quel est l'inverse de:

a) 18	c) -0,03	e) $\frac{27}{4}$	g) $\sqrt{4}$
b) -23	d) 1	f) $-\frac{3}{5}$	h) a

NO168 Multiplier pour diviser

Aide-toi de ces quatre égalités :

$$\left(+\frac{2}{3}\right) : (+6) = \left(+\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{1}{6}\right) = \left(+\frac{1}{9}\right)$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right) : (+6) = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{1}{6}\right) = \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$\left(+\frac{2}{3}\right) : (-6) = \left(+\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right) : (-6) = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = \left(+\frac{1}{9}\right)$$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $\left(+\frac{2}{3}\right) : (-12)$

d) $(+12) : (-0,5)$

g) $(-5) : (-40)$

b) $\left(+\frac{4}{5}\right) : (+16)$

e) $\left(-\frac{21}{4}\right) : (+7)$

h) $(+13) : (-500)$

c) $(-6) : (-36)$

f) $(+2) : \left(-\frac{2}{3}\right)$

FICHIER NO169

NO170 Division

Maurice, Gilles, Jean-Michel et Serge effectuent la même division, mais différemment :

Maurice

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{5}{20} \cdot \frac{5}{10} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$$

Gilles

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{20}{5} \cdot \frac{10}{5} = \frac{200}{25} = 8$$

Jean-Michel

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{20}{5} \cdot \frac{10}{5} = \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{1} = 8$$

Serge

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} : \frac{2}{1} : \frac{1}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

Qui a raison ?

FICHIER NO171 et NO172

NO173 Gourmandise partagée

Il reste les deux tiers d'un gâteau. On le partage à parts égales entre cinq personnes.

Quelle fraction du gâteau chaque personne reçoit-elle ?

NO174 Jus de pommes

Un agriculteur produit 210 litres de jus de pomme par année. Il le vend en bouteille de $\frac{7}{10}$ de litre.

Combien de bouteilles peut-il vendre chaque année ?

NO175 L'autre

Le produit de deux fractions est $\frac{3}{5}$. L'une des fractions est $\frac{21}{20}$. Quelle est l'autre ?

FICHIER Faire le point p. 53

Encore quelques problèmes

FICHIER NO176 à NO179

NO180 Tour de vis

Une vis de 4 cm s'enfonce de $\frac{2}{7}$ de cm à chaque tour.

Combien de tours faudra-t-il pour qu'elle soit complètement enfoncée ?

NO181 Devoirs

Rachel fait le tiers de ses devoirs à l'école, puis le quart à la maison avant le souper et le reste après celui-ci.

- a) Quelle fraction de ses devoirs fait-elle après le souper ?
- b) La totalité des devoirs de maths représente les trois quarts des devoirs qu'elle fait à l'école. Quelle fraction de ses devoirs représentent les mathématiques ?

NO182 Invente !

Dans chaque cas, invente un problème dont la solution est donnée par le calcul indiqué.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

c) $\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$

NO183 H₂O

Le volume d'eau présent sur notre planète est composé de 97,2 % d'eau salée et de 2,8 % d'eau douce. Les glaciers contiennent 80 % des réserves d'eau douce du globe.

Quel pourcentage du volume total d'eau sur notre planète les glaciers représentent-ils ?

NO184 Course populaire

Au départ d'un tour cycliste de deux jours, il y a 200 coureurs ; 25 % abandonnent après la première étape et 80 % des coureurs restants franchissent l'arrivée de la deuxième étape.

Combien de coureurs ont abandonné durant ce tour cycliste ?

NO185 Temps de jeu

Un match de hockey est constitué de trois tiers-temps de vingt minutes chacun.

Au cours d'un match, un joueur a joué sept minutes au premier tiers, huit minutes au deuxième et neuf minutes au troisième.

Pendant quelle fraction du match a-t-il joué ?

NO186 Etonnant, non ?

Voici un extrait des statistiques d'un match de basket concernant les lancers francs réussis par deux joueurs au cours des première et deuxième mi-temps :

	1 ^{re} mi-temps	2 ^{re} mi-temps
Hervé	5 sur 7	1 sur 4
Gilles	3 sur 4	2 sur 7

Qui s'est montré le plus habile :

- lors de la première mi-temps ?
- lors de la deuxième mi-temps ?
- sur l'ensemble de la partie ?

Le paradoxe de Simpson a été étudié en 1951 par le Britannique Edward Simpson. Il avait remarqué que, parfois, le succès de plusieurs groupes s'inverse lorsque les groupes sont combinés. Ce résultat, qui semble d'abord impossible, est souvent rencontré dans la réalité, dans les sciences sociales et les statistiques médicales.

Il a été notamment mis en évidence aux Etats-Unis en 1964, tant à la Chambre des représentants qu'au Sénat, lors du vote du *Civil Rights Act* qui mettait hors la loi la ségrégation raciale.

Chambre des représentants	Démocrates	Républicains
Etats du Nord	94% (145/154)	85% (138/162)
Etats du Sud	7% (7/94)	0% (0/10)
Ensemble	61% (152/248)	80% (138/172)

Sénat	Démocrates	Républicains
Etats du Nord	98% (45/46)	84% (27/32)
Etats du Sud	5% (1/21)	0% (0/1)
Ensemble	69% (46/67)	80% (27/33)

Dans les Etats du Sud comme dans ceux du Nord, le taux d'élus démocrates à approuver cette loi fut supérieur à celui des Républicains, tant à la Chambre des représentants qu'au Sénat. Cependant, tous Etats confondus et pour les deux chambres, le taux de votants des élus favorables à la suppression de cette loi fut plus élevé chez les élus républicains.

NO187 Langues anciennes

Dans une école, les élèves qui ont choisi d'étudier le grec ancien doivent aussi faire du latin.

Les $\frac{2}{5}$ des élèves de cette école étudient le latin.

Parmi ceux-ci, 30 % font aussi du grec.

- Quelle fraction des élèves de cette école étudie le grec et le latin ?
- Quel est le pourcentage des élèves qui n'étudie que le latin ?
- Si cette école compte 600 élèves, combien y a-t-il d'élèves qui étudient le grec ?

NO188 Mouvement perpétuel ?

Une balle rebondit aux deux tiers de la hauteur maximale à laquelle elle a rebondi précédemment.

Quelle fraction de la hauteur initiale atteint-elle après le troisième rebond ?

FICHIER Que sais-je ? p. 57

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER NO189 à NO191

NO192 De l'arête au volume

Calcule le volume d'un cube dont l'arête mesure 5 cm.

NO193 De l'aire au périmètre

Calcule le périmètre d'un carré dont l'aire vaut 81 cm^2 .

Puissances

NO194 Quel échec !

Une légende prétend que l'inventeur de l'échiquier est Sissa, un sage oriental. Il aurait ainsi réussi à distraire un roi qui, voulant le remercier, lui offrit de choisir lui-même une récompense.

- Il me faudrait un peu de riz.
- C'est parfait Sissa, mais combien en veux-tu donc ?
- Voici: vous placerez un grain de riz sur la première case d'un échiquier, puis deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, huit sur la quatrième, et ainsi de suite jusqu'à la soixante-quatrième case, en doublant à chaque fois le nombre de grains.

Le roi fut surpris et amusé par une demande aussi modeste.

A ton avis, cette récompense est-elle si modeste que cela ?

Combien de grains le roi a-t-il dû déposer sur la dernière case de l'échiquier ?

NO195 Drôles de manières

Solange, Charly et Jérôme ont effectué l'opération $4^2 \cdot 4^4$, de différentes manières :

Solange

$$24 \cdot 2^8$$

Charly

$$4^6$$

Jérôme

$$16^3$$

Pourquoi obtiennent-ils le même résultat ?

NO196 Comment procéder ?

Observe ces égalités parfaitement correctes, puis note les procédures qui te permettront de trouver le résultat de n'importe quel autre calcul du même type.

Addition et soustraction

a) $5^3 + 5^2 = 150$

c) $3^3 + 3^2 = 36$

e) $7^1 - 7^1 = 0$

b) $10^4 - 10^0 = 9999$

d) $4^2 + 4^2 = 32$

f) $2^3 + 2^3 = 2^4$

Multiplication

g) $4^2 \cdot 4^3 = 4^5$

j) $2^3 \cdot 3^3 = 6^3$

m) $5^2 \cdot 3^2 = 15^2$

h) $6^3 \cdot 6^3 = 6^6$

k) $7^1 \cdot 7^1 = 7^2$

n) $3^3 \cdot 3^2 = 3^5$

i) $1^2 \cdot 1^5 = 1^7$

l) $10^4 \cdot 10^3 = 10^7$

Division

o) $3^6 : 3^2 = 3^4$

r) $10^6 : 10^4 = 10^2$

u) $2^5 : 2^3 = 2^2$

p) $6^4 : 6^4 = 6^0$

s) $\frac{5^3}{4^3} = \left(\frac{5}{4}\right)^3$

v) $10^4 : 10^3 = 10^1$

q) $7^4 : 7^2 = 7^2$

t) $16 : 1^3 = 1^3$

Elévation à une puissance

w) $(3^2)^3 = 3^6$

x) $(10^2)^5 = 10^{10}$

y) $(6^3)^2 = 6^6$

z) $(5^4)^2 = 5^8$

NO197 Applique-les!

Donne la réponse sous la forme d'une puissance (a^n) chaque fois que c'est possible ; sinon, effectue.

a) $2^2 \cdot 2^5$

f) $7^3 - 6^3$

k) 2^{2^3}

o) $\frac{10^3}{10^6}$

b) $4^4 \cdot 4^2$

g) $(5^1)^2$

l) $2^{(2^3)}$

p) $10^3 \cdot 10^2$

c) $3^3 + 3^3$

h) $5^2 \cdot 2^2$

m) $2^2 + 2^5$

q) $\frac{2^2}{3^2}$

d) $10^0 : 10^0$

i) $2^7 - 2^3$

n) $(10^3)^2$

r) $3^3 \cdot 4^2$

e) $10^6 - 10^2$

j) $10^6 : 10^2$

FICHIER NO198 et NO199**NO200 Dans l'ordre croissant**

Classe les nombres de chaque ligne dans l'ordre croissant.

a) 4^2

2^4

$(2^2)^3$

$2^2 \cdot 2^3$

$2^{(2^3)}$

b) $10^8 \cdot 10^{12}$

$10^{10} \cdot 10^{10}$

$(10^5)^4$

10000^5

$10^{(15+5)}$

c) 8^6

$(2 \cdot 4)^6$

$8^3 + 8^3$

$(8^3)^3$

$8^{10} - 8^2$

d) $7^7 \cdot 5^7$

$7^{14} : 7^4$

$7^7 \cdot 7^7$

35^7

7^{13}

NO201 Enfin !

Par quel chiffre se termine le nombre 2^{100} ?

Racines**FICHIER NO202 à NO205****NO206 Trouver la lettre**

Remplace les lettres par des nombres pour que chaque égalité soit vraie.

a) $3^3 \cdot 3^x = 243$

f) $a^y = 16$

k) $(2^x)^6 = 64$

b) $x^5 = 1$

g) $4^5 : 4^p = 4^2$

l) $(3^2 \cdot 3^1)^x = 3^6$

c) $5^2 \cdot 5^x = 5^2$

h) $b^3 : b^0 = 216$

m) $(-7)^x = -343$

d) $10^7 \cdot 10^x = 10^1$

i) $2^2 \cdot 2^x = 2^3$

n) $(-5)^5 : (-5)^5 = x$

e) $x^2 \cdot x^3 = 32$

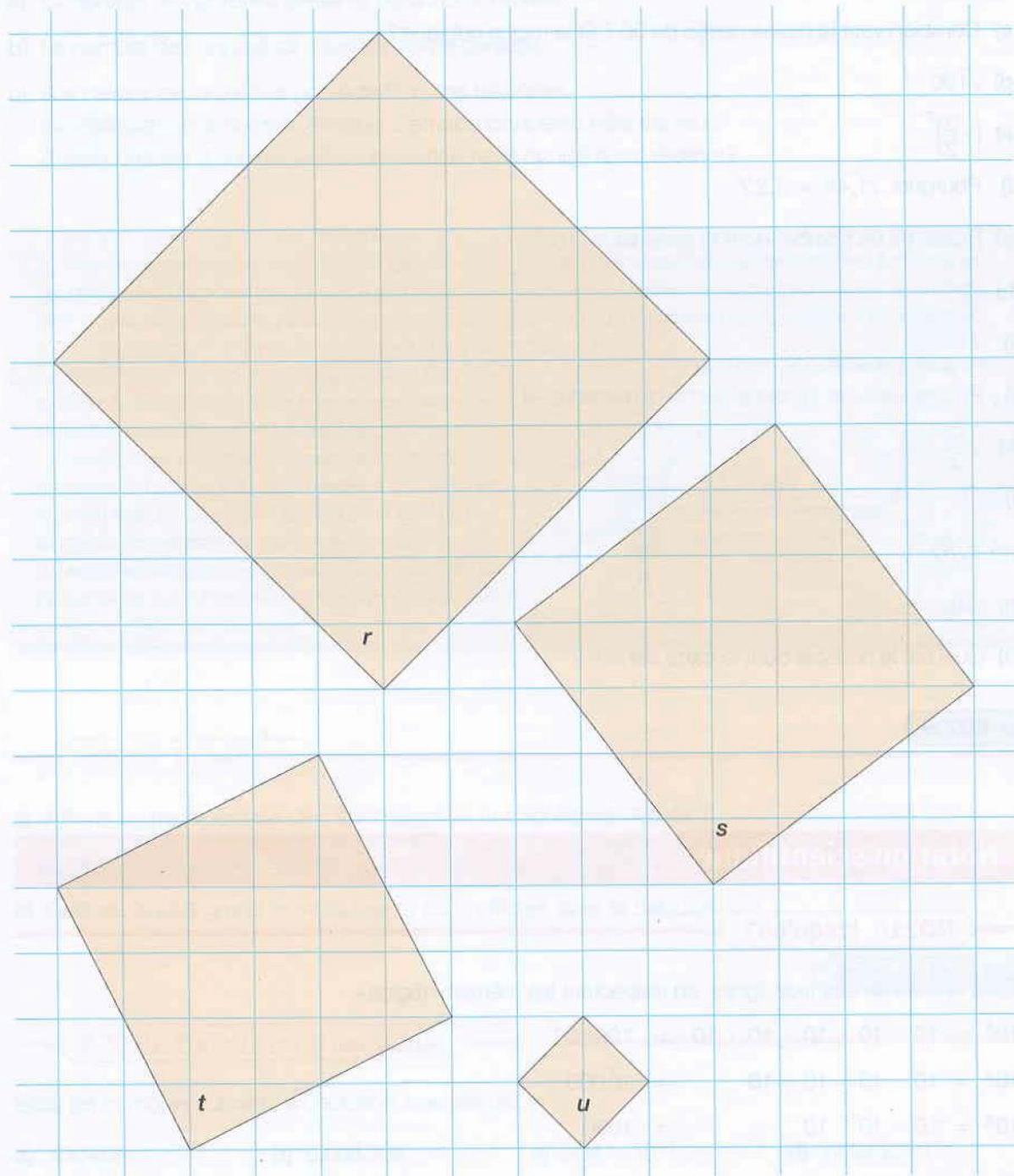
j) $4^5 : 4^3 = 4^k$

NO207 Quelle mesure ?

a) Jacques-André et Michel mesurent le côté du carré r .

Jacques-André trouve 7 cm et Michel 7,1 cm.

Qui a raison ?



b) Quelles sont les mesures des côtés des carrés s , t et u ?

NO208 A la racine

Réponds ou calcule.

a) Quel est le nombre dont le carré vaut 10 000 ?

b) 3^2

c) Combien vaut la racine carrée de 36 ? Et la racine cubique ?

d) $\sqrt{100}$

e) $\left(-\frac{3}{2}\right)^2$

f) Pourquoi $\sqrt{1,44} = 1,2$?

g) Existe-t-il un nombre dont le carré vaut -16 ?

h) $\sqrt{0}$

i) $\sqrt[3]{1000}$

j) Peux-tu extraire la racine carrée du nombre -4 ?

k) $-\frac{5^2}{3}$

l) $\sqrt{1}$

m) $-\sqrt{81}$

n) $\sqrt{18}$

o) Quel est le nombre dont le carré est 49^2 ?

FICHIER NO209**Notation scientifique****NO210 Jusqu'où ?**

Ecris la suite de ces trois lignes, en respectant les mêmes « règles ».

$$10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100 000$$

$$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10 000$$

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1 000$$

...

FICHIER NO211 et NO212

NO213 Faites marcher vos neurones!

Notre cerveau est constitué d'environ cent milliards de neurones, chacun d'eux étant connecté à dix mille de ses semblables.

A l'aide de puissances de dix, exprime les nombres suivants.

- Le nombre de neurones présents dans notre cerveau.
- Le nombre de connexions dans ce même cerveau.
- A la naissance, un enfant possède tous ses neurones.

En vieillissant, leur nombre diminue d'environ cinquante mille par jour.

Après combien d'années (365 jours) avons-nous épuisé notre réserve ?

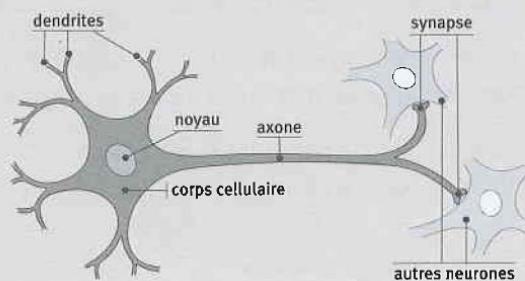
« [...] Un neurone ressemble à une pieuvre, avec des bras qui partent dans tous les sens. A partir d'un corps cellulaire central, plus ou moins sphérique, rayonnent plusieurs expansions. Il y en a de deux types. Un bras cellulaire est soit un dendrite, soit un axone. Le type de neurone le plus répandu dans le cerveau possède plusieurs dendrites, mais un seul axone. [...] »

L'axone transporte l'information neuronale vers d'autres neurones du cerveau. Cela nous conduit à introduire un nouveau mot clé : la synapse. Celle-ci est la zone où l'extrémité de l'axone entre en contact avec un autre neurone.

Les contacts synaptiques sont les endroits privilégiés où l'information passe d'un neurone à l'autre. On les trouve

sur les corps cellulaires et sur les dendrites. Il n'y en a pas sur l'axone. L'information atterrit sur le neurone au niveau de son corps cellulaire et de ses dendrites. Elle en sort par l'axone. [...] »

GODAUX E., *Cent milliards de neurones*, LEP

**NO214 La bascule**

- Affiche un maximum de « 9 », sur l'écran de ta calculatrice. Ajoute 1.

Que se passe-t-il et pourquoi ?

- Quel est le plus grand nombre que tu peux afficher avec ta calculatrice ?

FICHIER NO215 à NO217

NO218 Traduction scientifique

Ecris les nombres suivants en notation scientifique.

a) 730 408

b) 0,003 205

c) $504 \cdot 10^{-4}$

d) 76 543 210

FICHIER NO219

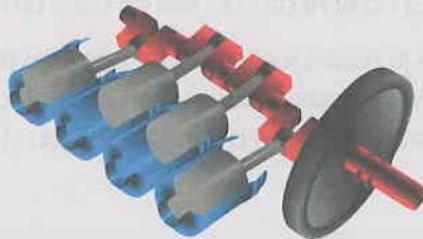
NO220 Vilebrequin

Un véhicule parcourt 180 km à la vitesse de 120 km/h.

Durant ce trajet, son vilebrequin effectue 3400 tours par minute.

- Combien de tours cela représente-t-il ?
- Et en fin de vie du véhicule ?

Dans un moteur à explosion, le **vilebrequin** permet de transformer le mouvement rectiligne des pistons (la partie bleue sur le schéma ci-dessous) en un mouvement de rotation (la partie rouge).

**NO221 La distance Terre–Soleil**

La lumière parcourt environ $3 \cdot 10^8$ mètres en une seconde.

La lumière du Soleil met huit minutes et vingt secondes pour arriver sur la Terre.

Calcule la distance séparant le Soleil et la Terre ; donne ta réponse en notation scientifique, puis en écriture décimale.

NO222 Masse de la Terre

La masse de la Terre est d'environ 5 970 000 000 000 000 000 000 kg.

Exprime cette grandeur en notation scientifique :

- en kilogrammes ;
- en tonnes.

NO223 La goutte d'eau...

Une molécule d'eau a une masse de $3 \cdot 10^{-26}$ kg.

Combien y en a-t-il approximativement dans un milligramme d'eau ?

NO224 Petits mais nombreux

Calcule le nombre d'atomes de fer constituant un clou ayant une masse de 2,5 g, sachant que la masse de l'atome de fer vaut $9,3 \cdot 10^{-26}$ kg.

NO225 Remue-méninges sans calculatrice

a) Combien de fois faut-il additionner 10^{-3} à lui-même pour arriver à 10^2 ?

Combien de fois peut-on mettre :

b) $5 \cdot 10^3$ s dans $5 \cdot 10^6$ s?

c) 50 g dans 10^4 g?

d) 10^{-2} mm dans 10^6 mm?

e) $2 \cdot 10^{-3}$ mm² dans 1 mm²?

NO226 Réserve de gaz

Le plus grand gisement de gaz du monde est à Urengoi, en Russie.

La production annuelle est de deux cents milliards de mètres cubes.

Les réserves estimées sont de sept mille milliards de mètres cubes.

a) Exprime ces renseignements en notation scientifique.

b) Pendant combien d'années pourrait-on encore exploiter ce gisement à ce rythme?

**NO227 Notation scientifique et calculatrice**

Calcule le rapport entre le volume du Soleil et la somme des volumes des autres astres.

	Astre	Volume (en km ³)
○	Soleil	$1,412 \cdot 10^{18}$
☿	Mercure	$6,083 \cdot 10^{10}$
♀	Vénus	$9,3843 \cdot 10^{11}$
⊕	Terre	$1,08321 \cdot 10^{12}$
♂	Mars	$1,6318 \cdot 10^{11}$

	Astre	Volume (en km ³)
♃	Jupiter	$1,43128 \cdot 10^{15}$
♄	Saturne	$8,2713 \cdot 10^{14}$
♅	Uranus	$6,833 \cdot 10^{13}$
♆	Neptune	$6,254 \cdot 10^{13}$
♇	Pluton	$6,39 \cdot 10^9$

Situations aléatoires

NO228 Jass

Dans le jeu de jass, il y a 36 cartes : 9 carreaux et 9 coeurs de couleur rouge, 9 piques et 9 trèfles de couleur noire (voir FA83, p. 89).

Tu tires une carte au hasard dans un jeu de jass.

- Combien de chances as-tu de tomber sur l'as de cœur ?
- Combien de chances as-tu de tirer un as ?
- Combien de chances possèdes-tu de tirer un dix rouge ?
- Combien de cartes, au moins, faut-il tirer pour être sûr d'avoir une dame ?

NO229 Un dé ? Deux dés ?

Dans un jeu de famille, tu dois faire un total de « 6 » pour commencer à jouer.

Tu peux lancer à choix un ou deux dés conventionnels (à 6 faces).

Quel est ton choix ?

Et s'il fallait amener un « 5 » ?

Formé à partir du mot latin *alea* (jeu de dés, hasard), l'adjectif **aléatoire** désigne une situation dont on ne peut prévoir le résultat ; cela n'empêche pas de calculer le nombre de chances – ou de risques – d'obtenir telle ou telle issue.

On retrouve cette étymologie dans l'expression « les aléas de la vie » qui désigne les hasards et imprévus auxquels nous sommes confrontés.

NO230 Qui gagnera ?

Trois joueurs A, B et C lancent à tour de rôle deux pièces de monnaie.

Si les pièces indiquent :

- les deux « pile », le joueur A marque 1 point ;
- les deux « face », le joueur B marque 1 point ;
- l'une « pile » et l'autre « face », le joueur C marque 1 point.

Le premier qui atteint le total de 20 points gagne la partie.

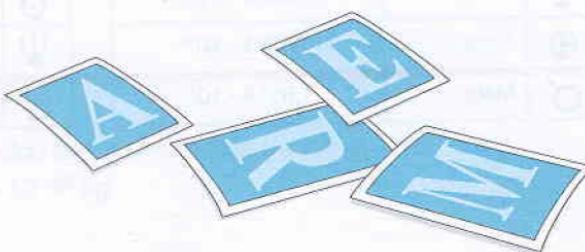
Ce jeu est-il équitable ?

NO231 Connais pas !

Les quatre cartes ci-contre sont dissimulées dans un chapeau.

Tu les tires une à une et tu les places devant toi, de gauche à droite, dans l'ordre du tirage.

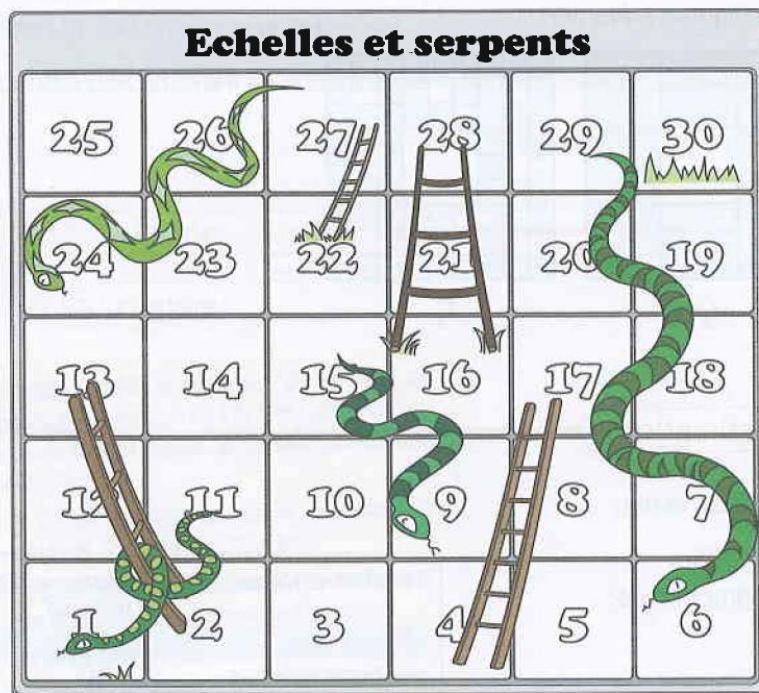
Quelles sont tes chances de former un mot de quatre lettres de la langue française ?



NO232 Echelles et serpents

A ce jeu bien connu, les échelles font avancer et les serpents reculer.

- En partant de la case 1 et en lançant une fois le dé, as-tu plus de chances d'atteindre la case 13 ou plus de chances de la dépasser ?
- Même question pour les cases 3, 7, 17.
- En deux coups, as-tu plus de chances d'atteindre la case 11 que la case 14 ?
- As-tu beaucoup de risques de revenir à la case de départ après trois coups ?
- Quelles chances as-tu d'atteindre l'arrivée en trois coups ? Et en deux coups ?

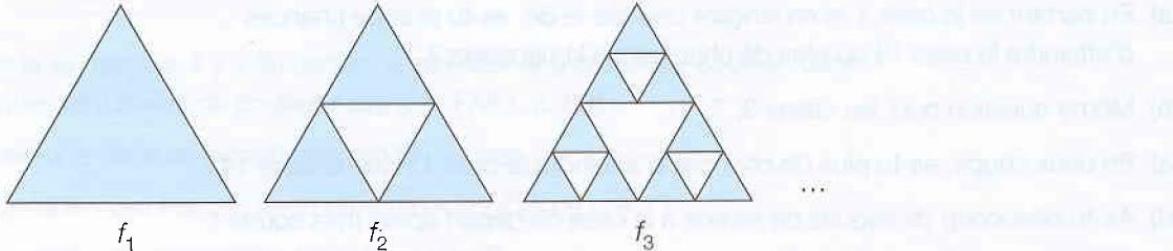
**Encore quelques problèmes****NO233 Dans le mille**

Si tu écrivais tous les nombres naturels inférieurs à 1000, combien de fois écrirais-tu le chiffre 0 ?

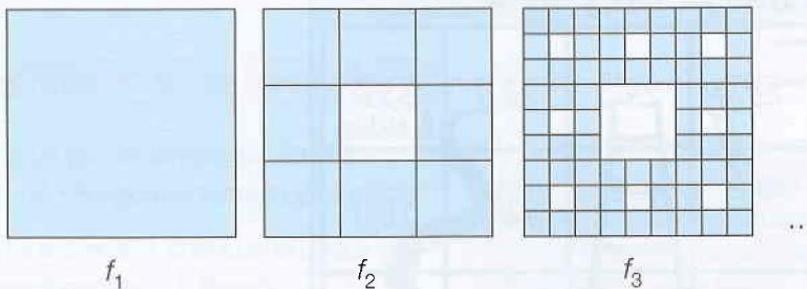
Et les autres chiffres ?

NO234 Passoires...

a) Exprime l'aire de chaque surface colorée (f_1 , f_2 , f_3 , f_4 , f_5 , ...) en fonction de celle de f_1 .



b) Quelle sera l'aire de f_{15} ?
 c) Mêmes questions avec les figures suivantes :



NO235 Quelques estimations

Estime, sans calculatrice ni calculs écrits :

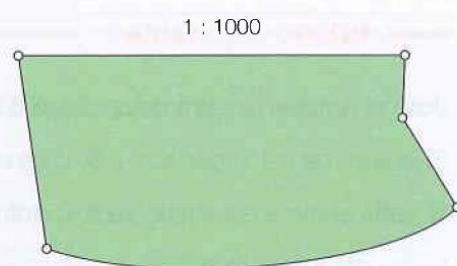
a) la population mondiale en 2025,
 selon ces prévisions démographiques :

Continent, région	Population en 2025 (en millions)
Europe	509
ex-Union soviétique	344
Afrique	1583
Amérique du Nord	361
Amérique latine	702
Asie	4900
Océanie / Australie	41

b) les valeurs manquantes correspondant à ces informations :



c) l'aire de cette parcelle :



d) le prix d'une barrière permettant de clôturer cette même parcelle, sachant que la barrière revient à Fr. 45.–/m.

NO236 Consommation

Avec la voiture dont la consommation correspond aux valeurs affichées dans ce tableau, un automobiliste parcourt 60 km en circuit urbain et 150 km sur une autoroute.

Quelle quantité de carburant sa voiture a-t-elle consommée ?

Consommation de carburant (l/100 km)

circuit urbain 10,1

à 80 km/h 5,4

à 120 km/h 7,6

NO237 Le lac des Quatre-Cantons

Lu dans un hebdomadaire :

De 1985 à 1997, la superficie de béton et de macadam a progressé de 172 km² sur le Plateau, soit une fois et demie la surface du lac des Quatre-Cantons :

- la moitié de cette superficie nouvellement stérilisée accueille des habitants ;
- un cinquième est occupé par des décharges, des chantiers et des zones de stockage ;
- un autre gros cinquième est recouvert par des routes, des parkings et des zones industrielles.

Quelle est la superficie du lac des Quatre-Cantons ?

NO238 Espèces animales

Lu dans un livre de biologie :

Il est difficile de donner une vue d'ensemble de la diversité des insectes. On estime que le nombre de leurs espèces est de 800 000 à 1 million, ce qui représente $\frac{4}{5}$ de toutes les espèces animales actuellement connues.

Quel est le nombre d'espèces animales connues à ce jour ?

NO239 Equitable ?

Julie et Antoine lancent deux dés (à 6 faces) à tour de rôle.

Si la somme est supérieure à 9, Julie marque 1 point.

Si cette somme est inférieure à 4, Antoine marque 2 points.

Le jeu est-il équitable ?

NO240 Bébé rose

Statistiquement, il est admis qu'il y autant de chances de voir naître un garçon qu'une fille.

Combien y a-t-il de chances, pour une famille de trois enfants, d'être constituée de :

- a) trois filles ?
- b) deux filles et un garçon ?
- c) deux filles puis un garçon ?

On pourrait croire qu'il naît autant de filles que de garçons ; or, depuis plus de cent ans, il y a en Suisse plus de naissances de garçons que de filles.

Le tableau ci-dessous indique le nombre de naissances de garçons pour 100 naissances de filles. Une valeur inférieure à 100 signifierait que les filles sont plus nombreuses que les garçons ; les garçons sont plus nombreux que les filles si la valeur est supérieure à 100.

La valeur maximale a été enregistrée en 1972 avec 107 garçons pour 100 filles.

Rapport de masculinité à la naissance

	2005	2006	2007	2008	2009
Suisse	106,3	106,1	105,2	106,5	106,7

NO241 Pièces de monnaie

Je lance trois pièces de monnaie en même temps.

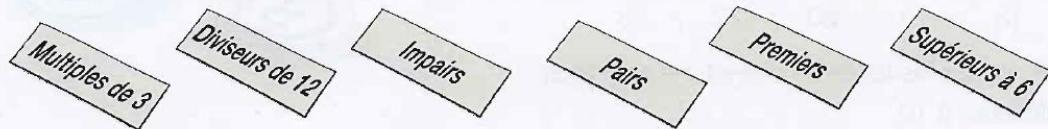
Combien y a-t-il de chances :

- a) qu'elles retombent les trois du même côté ?
- b) qu'au moins deux d'entre elles retombent sur le côté pile ?
- c) qu'exactement deux d'entre elles retombent sur le côté pile ?

NO242 Dominos retournés

Tous les dominos d'un jeu complet (du double zéro au double six) sont sur une table, faces cachées.

Chaque joueur choisit une des cartes suivantes :

**Règles du jeu**

On retourne un domino choisi au hasard.

Chaque joueur marque un point si la somme des points du domino appartient à l'ensemble de nombres qu'il a choisi.

On recommence après avoir remis en jeu et mélangé le domino avec les autres.

Le gagnant est celui qui, le premier, atteint un nombre fixé de points.

Chaque étiquette donne-t-elle les mêmes chances de gagner ?

NO243 Pierre noir

Jean, François et Alfred finissent une partie de « Pierre noir ». Jean et François possèdent encore trois cartes chacun, et Alfred, cinq. Jean doit maintenant tirer une carte.

A-t-il plus de chances de tirer le « Pierre noir » en prenant une carte chez François qu'en en tirant une chez Alfred ?

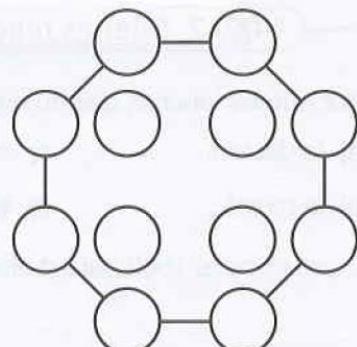
Dans ce jeu d'origine germanique, chacun reçoit au départ le même nombre de cartes ; le jeu comporte une carte particulière et unique, le *Schwarzpeter* (Pierre noir). Celui qui possède le « Pierre noir » à la fin du jeu a perdu.

**NO244 L'octogone**

Les douze cercles de la figure ci-contre contiennent les nombres de 1 à 12.

On sait que les quatre cercles placés à l'intérieur de l'octogone contiennent des entiers consécutifs et que la somme de ces quatre entiers est égale à la moitié de la somme des nombres placés sur le pourtour de l'octogone.

Quel est le plus petit nombre qui se trouve à l'intérieur de l'octogone ?



NO245 Faces cachées

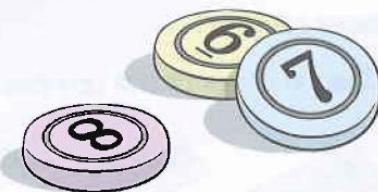
Après avoir été lancés, ces trois jetons sont retombés sur la table. La somme des trois nombres qui apparaissent est 21.

En recommençant l'expérience, on obtient d'autres sommes :

16 ; 17 ; 18 ; 19 ; 20 ; 22 ; 23

Les nombres écrits sur les faces de ces jetons sont tous différents et inférieurs à 10.

Arriveras-tu à les trouver ?



NO246 Chasse en tout genre

Choisis quelques questions et, à l'aide de ta calculatrice, trouve rapidement :

- a) les multiples de 7
- b) les multiples de 13 supérieurs à 100
- c) les multiples de 17 compris entre 1000 et 2000
- d) les dix premiers multiples de 12345
- e) la suite 21875 ; 8750 ; 3500 ; 1400 ; 560 ; ...
- f) la suite 0,0032 ; 0,016 ; 0,08 ; ...
- g) les puissances de 3
- h) les puissances de 4 supérieures à 200
- i) la suite de nombres 13 ; 39 ; 117 ; 351 ; ...
- j) la suite de nombres 1 ; 0,2 ; 0,04 ; 0,008 ; ...
- k) la suite de nombres 183 ; 159 ; 135 ; 111 ; ...
- l) les nouveaux prix des articles d'un magasin qui offre un rabais de 15 %
- m) les anciens prix d'articles d'un magasin qui sont affichés après une baisse de 20 %

NO247 Quelles touches ?

Sur quelles touches dois-tu presser, et dans quel ordre, pour obtenir...

- a) le double...
- c) le tiers...
- e) les 50 % ...
- g) le dixième...
- b) la moitié...
- d) les deux tiers...
- f) les 10 % ...
- h) le triple...

... du nombre 1560 qui est affiché sur l'écran de ta calculatrice ?