

Nombres réels

Apprentissages visés

- Comparaison, approximation, encadrement, représentation sur une droite et ordre de grandeur de nombres écrits sous forme de puissance, de notation scientifique, de racine
- Utilisation de procédures de calcul réfléchi ou de calcul mental avec des nombres rationnels sous forme décimale et fractionnaire pour obtenir un résultat exact ou une estimation (quatre opérations, puissances et racines)
- Connaissance et utilisation des différentes écritures d'un même nombre
- Connaissance et utilisation des propriétés des opérations pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace et pour donner des estimations
- Utilisation des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace avec des nombres rationnels
- Connaissance et utilisation des diverses fonctions de la calculatrice
- Prise en compte de l'ordre dans lequel elle effectue les opérations

Sommaire

Nombres relatifs	
• Pour réactiver certaines connaissances	12
• Multiplication et division de nombres relatifs	12
Nombres rationnels	
• Pour réactiver certaines connaissances	16
• Multiplication et division de fractions	17
• Pour consolider et approfondir	21
Puissances et racines	
• Pour réactiver certaines connaissances	24
• Puissances et notation scientifique	24
• Racines	28
• Encore quelques problèmes	30

Nombres relatifs

FICHIER Que sais-je ? p. 1

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER NO1

NO2 Je pense donc je suis

Je pense à un nombre, je lui retranche (-12) et je trouve 3. Quel est ce nombre ?



«Je pense donc je suis» est la traduction française de l'expression latine «Cogito, ergo sum» due à René Descartes (1596-1650) et apparaissant dans son livre *Discours de la méthode* (1637).

Descartes est un philosophe, mathématicien et physicien français dont l'influence a été essentielle en philosophie et dans le développement de la pensée scientifique. Pour Descartes, le fait de pouvoir penser donne tout son sens à l'existence de l'homme.

NO3 Yoyo de températures

Lundi, la température était de 5°C . Mardi, elle a baissé de 6°C ; mercredi, elle est remontée de 2°C ; jeudi elle a baissé de 4°C et vendredi, elle a encore baissé de 2°C .

Quelle était la température le vendredi ?

Multiplication et division de nombres relatifs

NO4 Par analogie

Aide-toi de ces quatre égalités

$$(+3) \cdot (+2) = (+6)$$

$$(-3) \cdot (+2) = (-6)$$

$$(+3) \cdot (-2) = (-6)$$

$$(-3) \cdot (-2) = (+6)$$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(+7) \cdot (-3)$

c) $(-5) \cdot (+2)$

e) $(-1) \cdot (-11)$

g) $(-6) \cdot (-8)$

b) $(+9) \cdot (-6)$

d) $(+4) \cdot (+8)$

f) $(+7) \cdot (+10)$

h) $(-3) \cdot (+6)$

Comment multiplier deux nombres, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO5 Intuition et calculatrice

Effectue ces calculs, puis confronte tes résultats avec ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice :

a) $(+5) \cdot (+4)$ b) $(+5) \cdot (-4)$ c) $(-5) \cdot (+4)$ d) $(-5) \cdot (-4)$

Procède de même pour les calculs suivants :

e) $(+8) \cdot (+3)$ g) $(-2) \cdot (+9)$ i) $(-10) \cdot (-300)$ k) $(+6) \cdot (+8)$
 f) $(-40) \cdot (-7)$ h) $(+5) \cdot (-12)$ j) $(+11) \cdot (-4)$ l) $(-9) \cdot (+7)$

Comment multiplier deux nombres, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

FICHIER NO6 et NO7

NO8 Encore par analogie

Aide-toi de ces quatre égalités

$(+15) : (+3) = (+5)$	$(-15) : (+3) = (-5)$
$(+15) : (-3) = (-5)$	$(-15) : (-3) = (+5)$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(+48) : (-4)$ c) $(-20) : (+2)$ e) $(-100) : (-5)$ g) $(+64) : (+8)$
 b) $(-24) : (+6)$ d) $(+27) : (+3)$ f) $(-35) : (-7)$ h) $(+49) : (-7)$

Comment diviser un nombre par un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO9 Confrontations

Effectue ces calculs, puis confronte tes résultats avec ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice :

a) $(+30) : (+6)$ b) $(-30) : (+6)$ c) $(+30) : (-6)$ d) $(-30) : (-6)$

Procède de même pour les calculs suivants :

e) $(-40) : (-8)$ g) $(-32) : (+8)$ i) $(+56) : (-7)$ k) $(+12) : (-3)$
 f) $(+60) : (+12)$ h) $(+10) : (+5)$ j) $(-42) : (+7)$ l) $(-200) : (-40)$

Comment diviser un nombre par un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO10 Renversant!

On peut justifier la réponse d'une division par l'exemple ci-dessous :

$$21 : 7 = 3 \quad \text{car} \quad 3 \cdot 7 = 21$$

En t'appuyant sur cet exemple, trouve la réponse aux calculs suivants.

- a) $(+45) : (-9) = \square$ car $\square \cdot (-9) = (+45)$
- b) $(-45) : (+9) = \square$ car $\square \cdot (+9) = (-45)$
- c) $(-45) : (-9) = \square$ car $\square \cdot (-9) = (-45)$

FICHIER NO11 à NO17

NO18 Avec des jetons

A l'aide des jetons suivants, trouve :

- a) deux nombres dont la somme est (-20) ;
- b) deux nombres dont le quotient est (-9) ;
- c) trois nombres dont le produit est (-320) ;
- d) deux nombres dont la différence est $(+5)$.

**NO19 Le 10^e**

Observe chaque suite de nombres et détermine la valeur du dixième terme.

- | | | | | | | |
|----|-------|------|-------|-------|------|-----|
| a) | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | ... |
| b) | -5 | -2 | 1 | 4 | 7 | ... |
| c) | -11 | -8 | -10 | -7 | -9 | ... |
| d) | -13,5 | -12 | -10,5 | -9 | -7,5 | ... |
| e) | -7 | -9,5 | -12 | -14,5 | -17 | ... |

NO20 Hommage à Jacques

En face de chaque opération, tu découvres un morceau de phrase.

La réponse de chaque opération te permet de décoder la suite du texte de la manière suivante : il te suffit de chercher, dans la liste, un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu as obtenu.

La première étape donne 31 :

- | | |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| $6 \cdot 7 - 11 = 31$ | Le rire est d |
| a) $-9 - 6 + 4$ | t des cocotiers Qui écr |
| b) $-1 - 9 \cdot 2$ | irs devienne |
| c) $-5 \cdot 4 + 40$ | ur Le mot d |
| d) $2^4 - 5^2$ | st au hasard Et passen |
| e) $49 + 2 \cdot 7$ | s de mise Aux |
| f) $50 : 5 : 2$ | x-tu que je te |
| g) $58 - 3^2$ | n'est pa |
| h) $8 \cdot 3 + 8 \cdot 6$ | s pirogues s'en vo |
| i) $(121 - 10^2) : 3$ | mour Que les sœurs d'alen |
| j) $(20 - 9) \cdot 7$ | ans le re |
| k) $[9 - (-1)] : 5$ | oyageur L'avenir e |
| l) $63 : 21$ | Marquises... |
| m) $31 - 6^2$ | ans le cœ |
| n) $(-11)^2$ | ivent des chants d'a |
| o) $\sqrt{7 + 7 \cdot 6} + 1$ | tour Ignoren d'ignorer Le |
| p) $25 \cdot 4 : (-100)$ | nnent Et mes souven |
| q) $(-19 + 29) \cdot 4$ | nt Ce que les vieux |
| r) $5^2 \cdot 2 + 8$ | dise Gémir |
| s) $72 : 3 + 1$ | nt Les pirogues s'en vie |
| t) $\sqrt{77 + 2^2}$ | gard Le cœur est v |
| u) $(40 + 160) : 4$ | en font Veu |



Jacques Brel (1929-1978) est un chanteur, parolier, compositeur et acteur belge. On lui doit, parmi son œuvre prolifique, des chansons souvent poétiques (*Le plat pays, J'arrive*), passionnées (*Ne me quitte pas, Quand on n'a que l'amour, Jef, Jojo*) ou alors satiriques (*Les bourgeois, Ces gens-là*).

En 1977, il enregistre son dernier disque, «Les Marquises». C'est sur une des îles de cet archipel de la Polynésie française que Brel est enterré, non loin de la tombe de Paul Gauguin.

Nombres rationnels

FICHIER Que sais-je ? p. 6

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER NO21 et NO22

NO23 On cherche

Détermine ces nombres.

- a) ppmc (20 ; 35) b) ppmc (50 ; 60) c) pgdc (360 ; 480) d) pgdc (45 ; 81)

NO24 On calcule

Note le calcul que tu effectues, puis donne la réponse.

- a) Trois cinquièmes de 180 c) $\frac{9}{8}$ de 160
 b) 10 % de 122 francs d) 150 % de 300 francs

FICHIER NO25

NO26 Randonnée fractionnée

Au cours d'une randonnée de trois jours, on a parcouru quatre neuvièmes du chemin le premier jour, un tiers le deuxième jour.

Quelle fraction de la randonnée a-t-on effectuée le troisième jour ?

NO27 Les dégâts de Lothar

Fin décembre 1999, les deux cinquièmes d'un verger, soit 300 arbres, ont été déracinés par l'ouragan Lothar.

Combien d'arbres ont résisté à la tempête ?

Lothar est le nom donné par les météorologues européens à la tempête du 26 décembre 1999 en Europe. Accompagnée de vents de force équivalente à un ouragan de catégorie 1, elle a dévasté le nord de la France et de la Suisse, l'Allemagne et le Danemark, et causé des dommages sans précédent, en particulier aux forêts.

Pour nommer les tempêtes qui touchent les pays européens, on se réfère



Les très nombreux arbres arrachés ont été utilisés dans toute la Suisse, par exemple ici, pour fabriquer un banc.

à une liste qui est établie au début de l'année à Berlin. Elles reçoivent des noms féminins durant les années paires et masculins durant les années impaires.

La lettre initiale du prénom indique le rang de la tempête durant l'année :

Lothar a été la douzième tempête européenne de l'année 1999, *L* étant la douzième lettre de notre alphabet; celle qui lui succéda, quelques heures plus tard, fut baptisée Martin.

NO28 Cadeau de fin d'année

En fin d'année, une menuiserie décide de partager une petite somme d'argent entre ses quatre employés, en fonction du nombre d'années de travail passées dans l'entreprise.

La somme est répartie ainsi :

- un sixième pour le premier employé ;
- un tiers pour le deuxième ;
- un douzième pour le troisième ;
- 250 francs pour le quatrième.

- a) Quelle fraction de la somme le quatrième employé reçoit-il ?
- b) Quelle somme totale a été partagée entre les quatre employés ?

Multiplication et division de fractions

FICHIER NO29

NO30 Un pour tous, tous pour un

Athos, Porthos, Aramis et D'Artagnan proposent quatre manières d'effectuer la multiplication $\frac{3}{4} \cdot 5$.

Athos: $\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{15}{20}$

Porthos: $\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{15}{4}$

Aramis: $\frac{3}{4} \cdot 5 = 3 \cdot \frac{5}{4} = 3 \cdot 1,25 = 3,75$

D'Artagnan: $\frac{3}{4} \cdot 5 = 0,75 \cdot 5 = 3,75$

Qui a raison ?

Célèbre s'il en est et symbole de l'union sacrée entre amis, la devise « Un pour tous, tous pour un ! » a été proclamée dans un célèbre roman historique d'Alexandre Dumas père (1802-1870)... Fiers soldats au service du roi de France Louis XIII contre le cardinal de Richelieu, et se battant pour sauver l'honneur de la reine Anne d'Autriche, les trois mousquetaires étaient pourtant... quatre !

Par ailleurs, « Un pour tous, tous pour un ! » – « Einer für alle, alle für einen » dans sa traduction allemande et « Uno per tutti, tutti per uno » dans sa traduction italienne – est considérée comme étant la devise de la Confédération helvétique. Elle est inscrite, dans sa version latine « Unus pro omnibus, omnes pro uno », dans la coupole du Palais fédéral, à Berne.



Gravure de Huyot d'après Maurice Leloir:
Athos, Porthos, Aramis et D'Artagnan.

FICHIER NO31 à NO37

NO38 A l'inverse

En utilisant chacun des dix nombres suivants, une et une seule fois, forme cinq couples dont le produit vaut 1.

3,5 $-\frac{2}{3}$ 0,6 $-\frac{4}{1}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{2}$ -1,5 -0,25 1,6

NO39 Dépenses

Un élève a dépensé les deux tiers de son argent de poche pour s'acheter des DVD et le quart pour de la musique en ligne.

Quelle fraction de son argent de poche a-t-il dépensée jusqu'à maintenant ?

NO40 Encore des dépenses

Un élève a dépensé les trois cinquièmes de son argent de poche. Deux tiers de cet argent ont servi à acheter des CD.

Quelle fraction de son argent de poche représente cet achat ?

NO41 Distribution de caramels

Gaëlle a acheté un paquet de caramels. Elle a donné le quart des caramels à Samira, puis le cinquième de ce qui restait à Malik.

- Quelle fraction des caramels est-il resté à Gaëlle ?
- S'il y avait 60 caramels dans le paquet, combien chacun en a-t-il reçus ?

NO42 Ce n'est pas pareil !

Quelle expression ne donne pas un résultat identique aux autres ?



NO43 On multiplie pour diviser

1. Aide-toi de ces deux égalités pour trouver une règle te permettant de diviser des fractions entre elles.

$$\frac{5}{7} : 3 = \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{21}$$

$$\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$$

2. Utilise cette règle pour effectuer les divisions suivantes:

a) $\frac{7}{8} : 21$

b) $6 : \frac{3}{4}$

c) $\frac{4}{5} : \frac{1}{3}$

d) $\frac{15}{16} : \frac{3}{8}$

NO44 Inversons !

Quel est l'inverse de:

a) 6

c) $-\frac{2}{3}$

e) 0,1

g) $\frac{3}{7}$

i) $\sqrt{9}$

b) $\frac{1}{10}$

d) 0,01

f) -1

h) 0

j) 5^2

NO45 Division

Maurice, Gilles, Jean-Michel et Serge effectuent la même division, mais différemment:

Maurice

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{5}{20} \cdot \frac{5}{10} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$$

Gilles

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{20}{5} \cdot \frac{10}{5} = \frac{200}{25} = 8$$

Jean-Michel

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{5} = \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{1} = 8$$

Serge

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{2}{1} : \frac{1}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

Qui a raison ?

FICHIER NO46 à NO49

NO50 On mélange

Effectue.

a) $\frac{6}{5} \cdot \frac{7}{8}$

c) $\frac{3}{2} : \frac{4}{7} : \frac{1}{4}$

e) $\frac{3}{8} : \frac{4}{5} : 4$

g) $-\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 6$

b) $\frac{9}{4} : \frac{2}{3}$

d) $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{4}$

f) $\frac{3}{8} : \left(\frac{4}{5} : 4\right)$

h) $\frac{3}{4} \cdot 0 : \frac{1}{2}$

NO51 La tarte

Il reste les trois quarts d'une tarte. On partage ce reste à parts égales entre six personnes. Quelle fraction de la tarte chaque personne reçoit-elle ?

NO52 L'autre

Le produit de deux fractions est $\frac{2}{5}$. L'une des fractions est $\frac{8}{15}$. Quelle est l'autre ?

NO53 Disque dur

Les trois septièmes du disque dur d'un ordinateur sont occupés par les logiciels et le quart par de la musique et des documents divers.

Quelle fraction du disque dur est encore disponible ?

NO54 Romans

Dans une bibliothèque, deux tiers des livres sont des romans. Parmi ceux-ci, deux neuvièmes sont des romans policiers.

Quelle fraction des livres de la bibliothèque représentent les romans policiers ?

NO55 Le réservoir

Le réservoir d'une voiture est rempli aux trois quarts de sa capacité. Lors de ses précédents voyages, Morgane a pu observer que sa voiture consommait le huitième du réservoir chaque fois qu'elle parcourait 100 kilomètres.

En posant une seule opération, trouve le nombre de centaines de kilomètres que Morgane pourra parcourir avec le carburant dont elle dispose.

NO56 Mystère

Ecris un nombre naturel. Multiplie-le par $\frac{3}{4}$.

Multiplie le résultat par $\frac{4}{7}$.

Ajoute le nombre initial.

Indique à ton voisin, sous forme de fraction irréductible, le résultat que tu as obtenu. Demande-lui de retrouver le nombre initial que tu as écrit.

NO57 Basket

Lors d'un match de basket, une équipe a marqué 75 points. Les trois cinquièmes ont été marqués durant les deux premiers quart-temps.

Quel est le nombre de points inscrits par cette équipe lors des deux derniers quarts ?

NO58 Vente du terroir

Un producteur de jus de pommes vend les cinq septièmes de sa récolte, à savoir 210 litres.

Combien de litres de jus de pommes a-t-il produits au total ?

NO59 Question d'eau

Le volume d'eau présent sur notre planète est composé de 97,2 % d'eau salée et de 2,8 % d'eau douce. Les glaciers contiennent 80 % des réserves d'eau douce du globe.

Quel pourcentage du volume total d'eau sur notre planète les glaciers représentent-ils ?

La gestion des eaux, les circuits d'eau potable et des eaux usées, ainsi que l'irrigation artificielle pour l'agriculture sont des préoccupations très anciennes pour les êtres humains. Les traces des premières civilisations se trouvent toutes près des grands fleuves, comme le Tigre et l'Euphrate pour les Babyloniens ou le Nil pour les Egyptiens.

Dans la Perse antique fut entreprise la construction de hauts barrages et de canalisations, parfois à plus de 300 m sous terre pour éviter tout effet d'évaporation, en vue d'amener l'eau jusqu'aux foyers de population.



Des disques de verdure créés grâce à l'irrigation à pivot central, au Kansas, Etats-Unis.

FICHIER Faire le point p. 15

Pour consolider et approfondir**NO60 Inverses et opposés**

Quels sont les opposés et les inverses de :

- | | | | | |
|-------|---------|-------------------|-------------------|--------------------|
| a) 0 | c) -20 | e) -0,03 | g) 2π | i) $\sqrt{3}$ |
| b) -1 | d) 1548 | f) $\frac{27}{4}$ | h) $-\frac{3}{5}$ | j) $\frac{1}{\pi}$ |

FICHIER NO61

NO62 A propos de fractions

1. Quels sont ces nombres ?

- a) L'inverse de $\frac{7}{4}$
 b) Cinq de moins que $\frac{7}{4}$
 c) La moitié de $\frac{7}{4}$
 d) L'opposé de $\frac{7}{4}$
 e) Le triple de $\frac{7}{4}$

2. Qui suis-je ?

- a) Le plus grand nombre entier inférieur à $-\frac{14}{5}$
 b) Deux fois plus petit que $\frac{9}{7}$
 c) Plus grand que $-\frac{12}{5}$ et plus petit que $-\frac{11}{5}$
 d) Quatre unités de moins que $-\frac{28}{5}$
 e) Trois fois plus grand que $\frac{16}{3}$

FICHIER NO63 et NO64

NO65 Les cinq opérations

Calcule.

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

g) $\frac{11}{6} - \frac{3}{4}$

m) $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9}$

s) $\frac{\frac{2}{3}}{4}$

b) $\frac{5}{8} + \frac{5}{6}$

h) $\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{5}$

n) $\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\right)^2$

t) $0,25 \cdot \frac{2}{5}$

c) $1,2 + \frac{3}{10}$

i) $\frac{9}{16} - \frac{1}{4}$

o) $4 - \frac{7}{4} + \frac{1}{2}$

u) $\frac{\frac{12}{8}}{5}$

d) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$

j) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$

p) $\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$

v) $\frac{1}{2} \cdot \frac{-4}{5}$

e) $\frac{4}{9} - \frac{5}{12}$

k) $\frac{3}{7} : \frac{7}{6}$

q) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$

w) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}$

f) $\frac{6}{100} \cdot \frac{15}{8} \cdot \frac{2}{3}$

l) $\frac{3^2}{10} + 0,1$

r) $6 \cdot \frac{5}{3}$

x) $\frac{3}{2} : 0,3$

NO66 Taquin

Une famille de quatre personnes est composée des deux parents et des enfants Emilie et Damien. Ce dernier aime bien taquiner sa sœur Emilie ! Il lui dit : « Je vais manger les deux tiers de la moitié des trois quarts du gâteau. Comme ça j'en aurai mangé plus que ma part ! »

L'affirmation de Damien est-elle correcte ?

NO67 NBA

En NBA, un match de basketball est constitué de quatre quart-temps de douze minutes chacun. Au cours d'un match, le meneur de jeu a joué sept minutes au premier quart-temps, neuf minutes au deuxième, six minutes au troisième et dix minutes au dernier.

A quelle fraction du match entier son temps de jeu correspond-il ?

La National Basketball Association (NBA), créée en 1946, est la principale ligue de basketball nord-américaine et présente, sans doute, le plus haut niveau mondial de ce sport. Le championnat comprend 30 équipes, réparties en deux conférences (Est et Ouest). Au terme d'une saison régulière comptant 82 matchs, les 16 équipes qualifiées s'affrontent en séries éliminatoires (playoffs); la finale voit s'affronter la meilleure équipe de la Conférence Est contre la meilleure équipe de la Conférence Ouest. L'équipe qui parvient la première à remporter quatre matchs est nommée championne (source WP).



Thabo Sefolosha, premier basketteur suisse à avoir intégré, dès 2006, la NBA.

NO68 On visse

Une vis de 3 cm s'enfonce de $\frac{3}{11}$ cm à chaque tour.

Combien de tours faudra-t-il pour qu'elle soit complètement enfoncée ?

NO69 Rebond infini ?

Une balle rebondit aux trois quarts de la hauteur à laquelle elle a rebondi précédemment.

Quelle fraction de la hauteur initiale atteint-elle au troisième rebond ?

FICHIER NO70

NO71 Tour de passe-passe

si le nombre $n = 1,45454545\dots$

alors $100 \cdot n = 145,454545\dots$

comme $n = 1,45454545\dots$

on a donc $99 \cdot n = 144$

il s'ensuit que $n = \frac{144}{99}$, que l'on peut écrire $\frac{16}{11}$ sous sa forme irréductible

- a) En utilisant la même méthode, transforme les écritures décimales suivantes en écriture fractionnaire.

13,6

0,72

2,04

0,428571

- b) Ta calculatrice te permet-elle aussi de trouver cette écriture fractionnaire ?

Puissances et racines

FICHIER Que sais-je ? p. 18

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER N072 à N074

N075 Les abeilles

Pour produire 1 g de miel, les abeilles doivent butiner 7500 fleurs. Si les abeilles d'une ruche ont produit 5 kg de miel, combien de fleurs ont-elles butinées ?

Donne la réponse en notation scientifique.

Puissances et notation scientifique

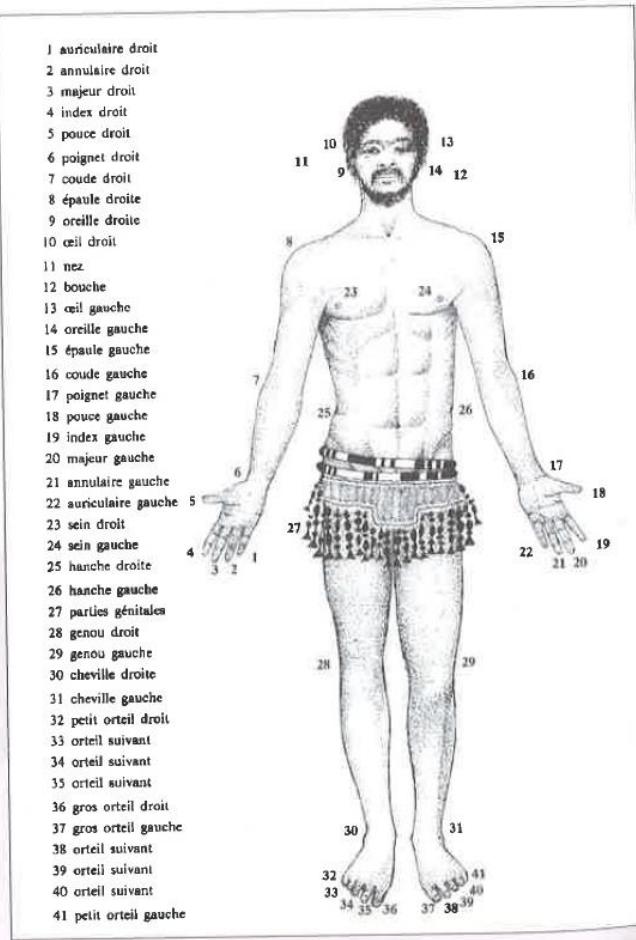
N076 Pouce

En pliant ou non chaque doigt d'une main, combien de signes différents peux-tu représenter ?

Dans son extraordinaire ouvrage *Histoire universelle des chiffres*, Georges Ifrah évoque ces populations qui utilisaient leur corps tout entier pour compter, permettant ainsi à l'être humain d'avoir en tout temps sa calculatrice avec lui, bien avant nos machines à calculer et autres téléphones portables aux multiples fonctions.

Procédé corporel utilisé par certaines populations qui désignaient une partie de leur corps pour indiquer le nombre souhaité.

- 1 auriculaire droit
- 2 annulaire droit
- 3 majeur droit
- 4 index droit
- 5 pouce droit
- 6 poignet droit
- 7 coude droit
- 8 épaule droite
- 9 oreille droite
- 10 œil droit
- 11 nez
- 12 bouche
- 13 œil gauche
- 14 oreille gauche
- 15 épaule gauche
- 16 coude gauche
- 17 poignet gauche
- 18 pouce gauche
- 19 index gauche
- 20 majeur gauche
- 21 annulaire gauche
- 22 auriculaire gauche
- 23 sein droit
- 24 sein gauche
- 25 hanche droite
- 26 hanche gauche
- 27 partie génitale
- 28 genou droit
- 29 genou gauche
- 30 cheville droite
- 31 cheville gauche
- 32 petit orteil droit
- 33 orteil suivant
- 34 orteil suivant
- 35 orteil suivant
- 36 gros orteil droit
- 37 gros orteil gauche
- 38 orteil suivant
- 39 orteil suivant
- 40 orteil suivant
- 41 petit orteil gauche



NO77 Correctes ou pas ?

1. Ces égalités sont-elles correctes ?

a) $3^6 \cdot 3^4 \stackrel{?}{=} 3^5 \cdot 3^5$

b) $6^4 \cdot 6^2 \stackrel{?}{=} 6^2 \cdot 3^5$

c) $5^3 \cdot 5^5 \stackrel{?}{=} (5^3)^2$

2. Calcule mentalement.

a) $3^2 \cdot 2^5 \cdot 3 \cdot 5^5$

b) $7^2 + 3^2$

c) $(3^7 \cdot 4^7) : (6^5 \cdot 2^5)$

FICHIER NO78

NO79 Sans calculatrice

Calcule et donne le résultat en notation scientifique.

a) $100\ 000 \cdot 1000$

d) $1250 : 0,0015$

b) $435\ 000 \cdot 0,0002$

e) $0,0001 : 20\ 000$

c) $25\ 000 : 500\ 000$

f) $0,000\ 002\ 05 \cdot 4\ 000\ 000\ 000$

FICHIER NO80

NO81 Planètes en tout genrea) La somme des masses des planètes est-elle supérieure à celle du Soleil ($2 \cdot 10^{27}$ t) ?

b) Jupiter est la plus grande planète du système solaire.

La somme des rayons des autres planètes est-elle supérieure au rayon de Jupiter ?

Planète	Masse (kg)	Rayon (km)
Mercure	$3 \cdot 10^{23}$	2400
Vénus	$5 \cdot 10^{24}$	6100
Terre	$6 \cdot 10^{24}$	6400
Mars	$6 \cdot 10^{23}$	3400
Jupiter	$2 \cdot 10^{27}$	71 500
Saturne	$6 \cdot 10^{26}$	60 300
Uranus	$9 \cdot 10^{25}$	25 600
Neptune	10^{25}	24 800

NO82 De l'infiniment grand à l'infiniment petit

a) Sans ta calculatrice, détermine le rapport entre le diamètre du système solaire et celui d'un atome d'argent.

Diamètre du système solaire: 125 000 000 000 km

Diamètre d'un atome d'argent: 0,000 000 000 025 km

b) Exprime avec des mots ce que signifie le rapport que tu viens de calculer.

N083 La nébuleuse de la Tête de Cheval

- a) Après le Soleil, l'étoile la plus proche de la Terre est Proxima du Centaure située à 4,22 années-lumière. Sachant que la lumière parcourt 300 000 km par seconde, quelle est la distance en kilomètres entre la Terre et Proxima du Centaure ?
- b) La nébuleuse de la Tête de Cheval se situe à 1500 années-lumière de la Terre. A quelle distance de notre planète, en kilomètres, se trouve cette nébuleuse ?



Une nébuleuse (du latin *nebula*, nuage) désigne, en astronomie, un vaste nuage de gaz et de poussières interstellaires, d'aspect diffus.

La nébuleuse de la Tête de Cheval, officiellement connue sous le nom de «Barnard 33», est une nébuleuse située à 1500 années-lumière de la Terre dans la constellation d'Orion. Elle est facilement reconnaissable à sa forme qui lui a donné son nom.

N084 Molécules absorbées

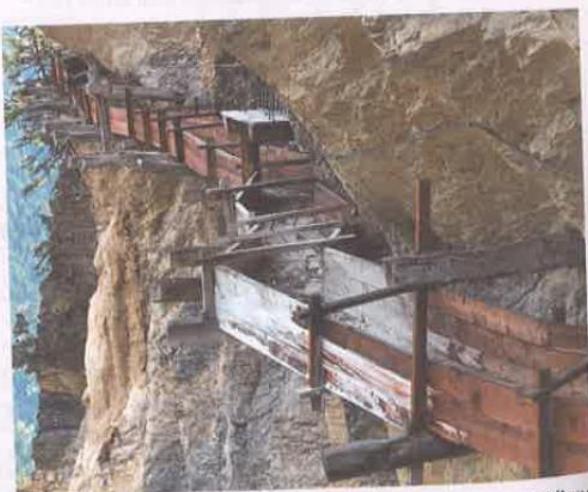
Une molécule d'eau a une masse de $3 \cdot 10^{-26}$ kg.

Combien de molécules d'eau absorbées-tu en buvant un verre de 2 dl d'eau ?

En Suisse, les plus anciens vestiges d'installations destinées à l'alimentation en eau datent de l'âge du bronze: citerne rectangulaire en mélèze (XVI^e siècle av. J.-C.) à Savognin et captage de source à Saint-Moritz Bad (XIV^e siècle av. J.-C.), toutes deux situées dans les Grisons.

Grâce aux Romains, dans le I^{er} siècle apr. J.-C., des villes comme Avenches, Nyon ou Martigny avaient des infrastructures d'aménée et d'évacuation des eaux. Six aqueducs alimentaient Avenches; un aqueduc long de 10 km amenait les eaux de Divonne-les-Bains (F) à Nyon. Dans la région bâloise, un canal de 6,5 km venait du sud vers la ville haute d'Augusta Raurica, où il existait un réseau de distribution sous pression et sans doute un château d'eau.

Il a pourtant fallu attendre le milieu du XX^e siècle pour que la quasi-totalité des foyers, urbains et ruraux de Suisse, profitent de l'eau courante à domicile.



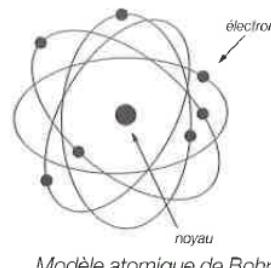
En Valais, les bisses, datant parfois de plusieurs siècles et amenant l'eau des montagnes jusqu'à flanc de coteau et en plaine, sont de remarquables constructions parfois très spectaculaires – ici le bisse d'Ayent construit vers 1440.

NO85 Modèle atomique de Bohr

La matière, même la plus dure, est composée essentiellement de vide !

En effet, si le diamètre d'un atome est de quelque 10^{-10} m, celui du noyau atomique est de l'ordre de 10^{-15} m seulement.

Si une tête d'épingle représente le noyau atomique, quel est, à la même échelle, le diamètre de l'atome ?



Un **modèle scientifique** peut être une représentation de ce qu'on ne peut pas voir directement pour différentes raisons.

Le modèle de Bohr de la structure atomique, énoncé en 1913 par le physicien danois Niels Bohr (1885-1962), est fondé sur le modèle planétaire de Rutherford, dans lequel l'atome est considéré comme un noyau compact, composé de protons et de neutrons, entouré d'un

essaim d'électrons. Le modèle propose que les électrons qui gravitent autour du noyau soient situés sur des niveaux d'énergie. Bohr en a identifié sept, chacun d'eux ne pouvant contenir qu'un nombre maximal d'électrons.

Ce modèle est encore utilisé pour le grand public et dans l'enseignement, mais d'autres modèles plus valides ont été développés depuis.

NO86 Atome d'hydrogène

Selon le modèle de Bohr, l'atome d'hydrogène est composé d'un proton en son noyau et d'un électron qui gravite autour de ce dernier sur une orbite circulaire.

Sachant que la distance de l'électron au proton est de $5 \cdot 10^{-9}$ m et qu'il fait 10 000 tours à la seconde, combien de mètres parcourt-il en une année ?

NO87 Chaîne de cuivre

La masse de 1 cm^3 de cuivre est 9 g. Celle d'un atome de ce même métal est 10^{-22} g. Le diamètre d'un atome est 10^{-10} m.

Si l'on formait une chaîne en disposant côté à côté tous les atomes contenus dans 1 cm^3 de cuivre, serait-elle suffisamment longue pour faire le tour de la Terre ?

NO88 Hémoglobine

- Quel est le volume total des globules rouges d'un individu ?
- Quelle serait approximativement la hauteur d'une colonne formée d'un empilement de tous les globules rouges de ce même individu ?

Les globules rouges

Le corps renferme 5 à 6 litres de sang. Celui-ci est un liquide (plasma) dans lequel nagent les globules rouges et les globules blancs. Les globules rouges sont minuscules. Ils ont la forme d'un cylindre de $4 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^2$ de base et leur épaisseur est d'environ $2,5 \cdot 10^{-3}$ mm. Une goutte de sang de 1 mm^3 en contient environ 5 millions.

Racines**NO89 L'arête d'un cube**

Deux personnes mesurent l'arête d'une boîte cubique de 2 litres.
L'une trouve 12,5 cm et l'autre 12,6 cm.

Qui a raison ?

NO90 La diagonale d'un cube

Jimmy et Caroline ont mesuré chacun la diagonale d'un cube de 10 cm d'arête. Jimmy obtient 17,4 cm et Caroline 17,3 cm.

Qui a raison ?

NO91 Encadrement

Sans utiliser ta calculatrice, encadre les racines suivantes à l'aide de deux nombres entiers.

a) $\sqrt{1400}$

c) $\sqrt{18}$

e) $\sqrt{888}$

g) $\sqrt{6 \cdot 7}$

b) $\sqrt{0,4}$

d) $\sqrt[3]{1400}$

f) $\sqrt{150}$

h) $\sqrt[3]{-900}$

NO92 Estimations et vérifications

Estime les nombres suivants :

a) $\sqrt{47}$

d) $\sqrt{10000}$

g) $\sqrt{1,44}$

j) $\sqrt{438}$

b) $\sqrt{470}$

e) $\sqrt[3]{1000000}$

h) $\sqrt{1600}$

k) $\sqrt{2^{10}}$

c) $\sqrt[3]{470}$

f) $\sqrt[5]{100000}$

i) $\sqrt{10^6}$

l) $\sqrt{\frac{28}{27}}$

Vérifie ensuite avec ta calculatrice.

NO93 Règles et racines

Vrai ou faux ?

- a) La racine carrée d'une somme de deux termes est égale à la somme des racines carrées de chacun de ces deux termes.
- b) Le produit des racines carrées de deux nombres est égal à la racine carrée du produit de ces deux nombres.
- c) Le carré de la racine carrée d'un nombre positif est égal à ce nombre.
- d) La racine carrée du quotient de deux nombres est égale au quotient des racines carrées de ces deux nombres.

NO94 Déracinés

Ces égalités sont-elles vraies ?

a) $\sqrt{225} \stackrel{?}{=} \sqrt{9} \cdot \sqrt{25}$

g) $(\sqrt{25})^2 \stackrel{?}{=} \sqrt{25} \cdot \sqrt{25}$

b) $\sqrt{4+32} \stackrel{?}{=} \sqrt{4} + \sqrt{32}$

h) $49 \stackrel{?}{=} (\sqrt{49})^2$

c) $\sqrt{9 \cdot 100} \stackrel{?}{=} \sqrt{9} \cdot \sqrt{100}$

i) $\sqrt[3]{3} \stackrel{?}{=} 1$

d) $\sqrt{64-16} \stackrel{?}{=} \sqrt{64} - \sqrt{16}$

j) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \stackrel{?}{=} 5$

e) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{100} \stackrel{?}{=} \sqrt{1600}$

k) $\sqrt{10000} + \sqrt{400} \stackrel{?}{=} \sqrt{10000 + 400}$

f) $\sqrt{\frac{100}{25}} \stackrel{?}{=} \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}}$

l) $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{36}} \stackrel{?}{=} \sqrt{\frac{144}{36}}$

NO95 On applique

Calcule.

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

d) $(\sqrt{17})^2$

g) $\sqrt{81} + \sqrt{121}$

j) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$

b) $\sqrt{(-3)^2}$

e) $\sqrt{169 \cdot 16}$

h) $\sqrt{12} : \sqrt{3}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{800}$

f) $\sqrt{1521}$

i) $\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}}$

FICHIER NO96

NO97 Extractions

Exemple: $\sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 4} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} = 2\sqrt{3}$

Fais de même avec les expressions suivantes, afin d'en extraire le plus grand entier possible.

a) $\sqrt{175}$

d) $\sqrt[3]{1080}$

g) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{6}$

j) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$

b) $\sqrt{72}$

e) $\sqrt{400000}$

h) $\sqrt{18} + \sqrt{32}$

k) $\sqrt[3]{-125}$

c) $\sqrt{300}$

f) $5\sqrt{252}$

i) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{72}$

l) $\sqrt[3]{48}$

NO98 Traitement de racines

Dans chaque série de nombres, l'un d'entre eux n'est pas égal aux autres.

Retrouve cet intrus.

- a) $\sqrt{60}$; $\sqrt{15} \cdot \sqrt{4}$; $2\sqrt{15}$; $3\sqrt{20}$; $\sqrt{12} \cdot \sqrt{5}$
 b) $\sqrt{27}$; $\sqrt{20+7}$; $3\sqrt{3}$; $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$; $3\sqrt{9}$
 c) $\sqrt{441}$; $\sqrt{49} \cdot \sqrt{9}$; $7\sqrt{9}$; $\sqrt{21} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$; $\sqrt{400} + \sqrt{21}$
 d) $\sqrt{\frac{25}{64}}$; $\frac{1}{8}\sqrt{25}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{2,5}{6,4}$; $\frac{5}{\sqrt{64}}$

NO99 Manipulation de racines

1. Sachant que $\sqrt{2} \approx 1,4$; $\sqrt{3} \approx 1,7$; $\sqrt{5} \approx 2,2$; $\sqrt{7} \approx 2,6$, estime les nombres suivants :

- | | | | |
|--|------------------|------------------|-------------------------|
| a) $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$ | e) $\sqrt{600}$ | i) $\sqrt{0,07}$ | m) $\sqrt{2\,000\,000}$ |
| b) $\sqrt{32}$ | f) $\sqrt{35}$ | j) $\sqrt{50}$ | n) $\sqrt{2500}$ |
| c) $\sqrt{98}$ | g) $\sqrt{3500}$ | k) $\sqrt{500}$ | o) $\sqrt{21}$ |
| d) $\sqrt{6}$ | h) $\sqrt{0,03}$ | l) $\sqrt{27}$ | |

Vérifie ensuite avec ta calculatrice.

2. Réduis, si possible, les expressions suivantes.

- a) $3\sqrt{7} - 2\sqrt{7}$ b) $\sqrt{50} + \sqrt{98}$ c) $\sqrt{18} + \sqrt{32}$ d) $3\sqrt{8} - \sqrt{2} + \sqrt{18}$

FICHIER **Faire le point p. 21**

Encore quelques problèmes**NO100 La Voie lactée**

La vitesse de révolution du Soleil autour de l'axe de la Voie lactée est-elle supérieure à celle d'un bolide de formule 1 ?

La Voie lactée, notre galaxie, ressemble à un disque. Elle est constituée d'environ deux cents milliards d'étoiles, dont la plupart sont semblables au Soleil.

Toutes ces étoiles tournent autour de l'axe de rotation du disque. Le Soleil se trouve à $3 \cdot 10^{17}$ km du centre galactique. Depuis sa naissance, il y a 4,5 milliards d'années, il a effectué une vingtaine de tours.



NO101 Au cœur du Soleil

- a) Chaque seconde, 4 millions de tonnes de matière sont transformées en énergie à l'intérieur du Soleil.

«A ce rythme-là, il va bientôt s'éteindre», pense Aurélie.

A-t-elle raison ?

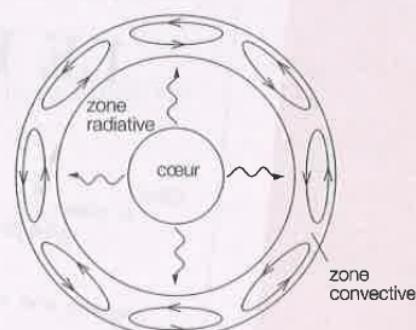
- b) Dans le cœur du Soleil, dont la masse représente 20 % de celle de l'astre, des réactions nucléaires transforment chaque seconde 600 millions de tonnes d'hydrogène en hélium.

Actuellement, il ne reste que 30 % d'hydrogène au cœur du Soleil. Lorsque celui-ci ne contiendra plus que de l'hélium, le volume du Soleil augmentera et son rayon atteindra l'orbite de Mars. La Terre sera ainsi vaporisée.

Dans combien de temps ?

Le Soleil

Age:	4,5 milliards d'années
Rayon:	700 000 km
Masse:	$2 \cdot 10^{27}$ t
Composition:	70 % d'hydrogène 28 % d'hélium 2 % d'autres éléments (pourcentages relatifs à la masse)



Représentation schématique du Soleil

NO102 Du côté de l'arête

- a) Quelle est l'aire d'un carré dont le côté mesure $\sqrt{2}$?
- b) Quel est le volume d'un cube dont l'arête mesure $\sqrt{2}$?
- c) Quelle est l'aire totale des faces d'un cube dont le volume vaut 2 ?

NO103 On se questionne

Voici six nombres :

$$-1 \quad \sqrt{2} - 1 \quad \sqrt{2 - 1} \quad 0 \quad -1^2 \quad \sqrt{-9}$$

Lesquels sont :

- a) négatifs ? c) ni positifs, ni négatifs ? e) des nombres réels ?
- b) positifs ? d) des nombres rationnels ?

NO104 Déguisements

Classe ces nombres dans l'ordre croissant.

$$\frac{14}{98} \quad \sqrt{289} \quad \frac{\pi}{2} \quad -\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{20}} \quad -3,14 \quad \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \frac{22}{7} \quad \sqrt{\frac{144}{16}} \quad 1 - \frac{\sqrt{5}}{2} \quad 1,618$$