

Nombres décimaux

Apprentissages visés

- Reconnaissance et utilisation des propriétés des nombres naturels :
 - critères de divisibilité, multiples et diviseurs communs
 - ppmc, pgdc, nombres premiers, produit de facteurs
- Connaissance et utilisation des :
 - différentes écritures d'un même nombre
 - priorités des opérations
 - propriétés des opérations pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace et pour donner des estimations
 - diverses fonctions de la calculatrice et prise en compte de l'ordre dans lequel elle effectue les opérations

Sommaire

- Pour réactiver certaines connaissances 12
- Encore quelques problèmes 12
- Pour réactiver certaines connaissances 14
- Nombres premiers, ppmc et pgdc 14
- Pour consolider et approfondir 17

Pour réactiver certaines connaissances

NO1 Le compte est bon !

But

Atteindre le nombre « cible » en utilisant une ou plusieurs fois les quatre opérations « élémentaires » mathématiques $+$ $-$ \cdot $:$ et une fois, au maximum, chacun des nombres à disposition.

Gagne celui qui s'approche le plus du nombre « cible ».

Exemple

Cible **Nombres à disposition**

456 3 ; 3 ; 7 ; 9 ; 9 ; 50

Une solution

$$9 - 3 = 6$$

$$50 \cdot 9 = 450$$

$$6 + 450 = \mathbf{456}$$

La même solution, en une seule chaîne d'opérations :

$$(9 - 3) + (50 \cdot 9) = \mathbf{456}$$

en utilisant les priorités des opérations :

$$9 - 3 + 50 \cdot 9 = \mathbf{456}$$

Remarque

Tous les nombres à disposition n'ont pas été utilisés, mais aucun n'a été utilisé deux fois, et la division n'a pas été nécessaire.

Voici une série de nombres « cibles » qu'il est possible d'atteindre exactement :

	Cible	Nombres à disposition
a)	270	3 ; 4 ; 5 ; 10 ; 50 ; 100
b)	120	1 ; 2 ; 3 ; 9 ; 10 ; 15
c)	774	1 ; 4 ; 9 ; 10 ; 25 ; 50
d)	622	3 ; 3 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10
e)	552	2 ; 3 ; 7 ; 8 ; 10 ; 75

	Cible	Nombres à disposition
f)	601	1 ; 6 ; 7 ; 10 ; 25 ; 50
g)	994	2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 10 ; 50
h)	342	5 ; 6 ; 6 ; 8 ; 25 ; 100
i)	628	1 ; 4 ; 5 ; 6 ; 6 ; 25
j)	352	2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7 ; 9

Encore quelques problèmes

NO5 Le caissier imprudent

Les frères Rapesous essaient d'ouvrir le coffre de la banque Piquetout.

La combinaison est une suite croissante de trois chiffres non nuls.

Dans les poches du caissier ligoté, ils découvrent les deux indications suivantes :

- la somme des chiffres est 17 ;
- le produit de deux d'entre eux augmenté du troisième est un carré parfait.

Quelle est la combinaison du coffre ?

NO6 Hommage à Boris

En face de chaque opération, tu découvres un morceau de phrase.

La réponse de chaque opération te permet de décoder la suite du texte de la manière suivante : il te suffit de chercher, dans la liste, un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu viens d'obtenir.

La première étape donne 2 :

$$(71 + 3) : 37 = 2$$

a) $4^2 - 15$

b) $(7 - 5)^3 \cdot 9$

c) $23 \cdot 5 + 115 + 4$

d) $(338 - 233) : 35$

e) $(2 \cdot 25 + 5) : 5$

f) $15 + 5 \cdot 16 + 4 + 101$

g) $(40 : 2 + 31) \cdot 2$

h) $(78 - 64)^2$

i) $45 \cdot 2 : 9 + 7$

j) $(360 - 189) : 3$

k) $(781 - 622) : 3$

l) $72 \cdot 10 : 2$

m) $(11 - 4 - 3)^2$

n) $(53 + 18 - 27) : 11$

o) $1 \cdot 320 : 8$

p) $(90 \cdot 2 + 8) : 4$

q) $(200 - 51 - 100) : 7$

r) $16 : 4 + 6$

s) $27 \cdot 3 + 3 \cdot 3$

t) $234 : 3$

u) $(47 + 3) : 5 + 5$

v) $64 \cdot 12 + 13$

w) $(10 \cdot 13 + 3 \cdot 13) \cdot 2$

x) $57 : 3 + 22$

y) $(3 \cdot 71 - 13) : 10$

z) $(17 - 3 - 6)^2$

aa) $(20 - 5)^2 : 5$

ab) $(102 + 32 + 1) : 5$

ac) $1932 - 1832 : 4 - 3 \cdot 458$

ad) $(41 + 5) \cdot 2 : 4$

ae) $(196 + 24) : 22 + 1922$

af) $100 \dots$

Monsieur le

ur parti

pas sur terre po

ue je vous dise m

irez peut-être

Président

e veux pas l

re avant me

st prise je

mps je vie

pauvres gens c'est pa

piers mili

ur tuer des

je vous fa

taires po

r à la gue

sieur le P

a faire je ne suis

is une le

oir Mon

a décision e

résident je n

mes pa

ttre que vous l

s pour vous fâ

tre si vous a

ns de recevoir

vez le te

rcredi s

ais désert

cher il faut q

m'en v

...



Ingénieur de formation et artiste touche-à-tout, **Boris Vian** (1920-1959) a été, durant sa courte vie, à la fois trompettiste de jazz, chanteur, peintre, traducteur, poète, romancier et linguiste.

Auteur de romans comme *L'écume des jours* ou *L'arrache-cœur* et de romans policiers, sous le pseudonyme de Vernon Sullivan, il a aussi composé et chanté de nombreuses chansons.

Le Déserteur, sorti en 1955, a été durant longtemps interdit sur les ondes de la radio en France.

Pour réactiver certaines connaissances**NO12 Tous les diviseurs**

- a) Donne tous les diviseurs de 36, puis ceux de 54.
- b) Quels sont les diviseurs communs que tu retrouves dans les deux ensembles ?
- c) Quel est le plus grand diviseur commun de 36 et de 54 ?

NO13 Tous les multiples

- a) Donne les dix premiers multiples de 6, puis ceux de 8.
- b) Quels sont les multiples communs que tu retrouves dans les deux ensembles ?
- c) Quel est le plus petit multiple commun de 6 et de 8 ?

Nombres premiers, ppmc et pgdc**NO15 Sont-ils premiers ?**

Les nombres suivants sont-ils premiers ? Dans le cas contraire, donne leur plus petit diviseur différent de 1.

13 ; 18 ; 23 ; 27 ; 43 ; 81 ; 89 ; 101 ; 169 ; 319 ; 405

NO16 Cherche-les tous !

Cherche tous les nombres premiers :

- a) inférieurs à 50 ;
- b) compris entre 180 et 200.

NO17 Divisible ?

Par quels nombres premiers les nombres suivants peuvent-ils être divisés ?

- | | | |
|-------|-------|--------|
| a) 12 | c) 39 | e) 27 |
| b) 30 | d) 60 | f) 111 |

NO18 C'est faux!

Chacun de ces énoncés est-il vrai ou faux ? Justifie tes réponses.

- a) Tous les nombres impairs sont premiers.
- b) Aucun nombre pair n'est premier.
- c) La différence entre deux nombres premiers consécutifs est toujours 2.

FICHER NO19**NO20 Décompositions**

Décompose chacun des nombres suivants en un produit de nombres premiers.

- a) 14 ; 32 ; 60 ; 72 ; 300 ; 1024
- b) 24 ; 34 ; 56 ; 100 ; 132 ; 1000

NO21 Plus petit multiple commun

Trouve le plus petit multiple commun, appelé ppmc, des entiers suivants.

- a) 2 et 3
- b) 8 et 4
- c) 5 et 10
- d) 3 et 12
- e) 6 et 15
- f) 5 ; 13 et 20

NO22 ppmc

Trouve le ppmc de :

- a) 8 et 24
- b) 14 et 35
- c) 6 ; 8 et 9
- d) 12 ; 15 et 30
- e) 45 et 20
- f) 36 et 40

NO23 Plus grand diviseur commun

Trouve le plus grand diviseur commun, appelé pgdc, des entiers suivants.

- a) 9 et 12
- b) 10 et 25
- c) 4 et 8
- d) 15 et 20
- e) 7 et 11
- f) 50 ; 250 et 400

NO24 pgdc

Trouve le pgdc de :

- a) 180 et 240
- b) 72 et 66
- c) 10 ; 12 et 16
- d) 200 et 350
- e) 288 et 360
- f) 550 et 70

NO25 Drôles de montres

La montre d'Ahmed sonne toutes les 6 heures et celle de Nathan, toutes les 14 heures. Elles ont sonné ensemble le 5 avril à 14 h 20.

A quelle date et à quelle heure sonneront-elles de nouveau ensemble ?

NO26 A partir de l'horloge fleurie

A Genève, trois petits trains solaires effectuent des boucles différentes à partir de l'horloge fleurie. Les durées de leur trajet sont, respectivement, de :

- train A : 40 min ;
- train B : 20 min ;
- train C : 30 min.



A 11 h 30, un touriste russe de passage devant l'horloge fleurie, après une excursion dans la vieille ville, reconnaît les trois petits trains qu'il a photographiés le matin, au même endroit.

Saurais-tu dire quelle heure il était alors ?

NO27 La fleuriste

Une fleuriste dispose de 75 renoncules et de 90 œillets.

- a) Peut-elle composer 5 bouquets identiques, en utilisant toutes ses fleurs ?
- b) Peut-elle composer 6 bouquets identiques, en utilisant toutes ses fleurs ?
- c) Quel est le plus grand nombre de bouquets identiques qu'elle peut composer sans qu'il ne reste de fleurs ? Combien de fleurs comptera alors chacun des bouquets ?

Pour consolider et approfondir

FICHER NO28 et NO29

NO30 Nombres premiers de Sophie Germain

Un nombre premier p est appelé « nombre premier de Sophie Germain » si l'expression $2p + 1$ est également un nombre premier.

2 est un nombre premier de Sophie Germain, car $2 \cdot 2 + 1 = 5$ est aussi premier.

Donne deux nombres premiers de Sophie Germain supérieurs à 10.

Marie-Sophie Germain (1776-1831) a vécu à Paris et a été l'une des premières mathématiciennes françaises autodidactes.

Au début du XIX^e siècle, les femmes étaient souvent jugées incompetentes pour comprendre les travaux scientifiques ; elles ne pouvaient en général avoir accès à la connaissance des progrès scientifiques qu'au cours de discussions mondaines ou à la lecture des livres de vulgarisation qui leur étaient spécifiquement destinés.

Sophie Germain se prend de passion pour les mathématiques à l'âge de 13 ans. Elle apprend seule la théorie des nombres et du calcul, et étudie les travaux d'Euler et de

Newton, souvent durant la nuit, à la lumière de chandelles que son père tente de lui confisquer. En empruntant l'identité d'un ancien élève, Antoine Auguste Le Blanc, elle arrive à se procurer les cours de l'Ecole polytechnique, réservée aux hommes. Sous ce nom, elle échange des travaux complexes avec les grands mathématiciens Gauss et Lagrange. Ce dernier finit par découvrir le subterfuge après l'avoir convoquée suite à l'excellence de ses travaux.

**NO31 m et n**

Deux nombres, m et n , sont écrits sous forme de produits de nombres premiers :

$$m = 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{et} \quad n = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

Réponds aux questions suivantes sans calculer m et n .

- a) 2 est-il diviseur de n ?
- b) 6 est-il diviseur de m ?
- c) 10 est-il diviseur de n ?
- d) Quel est le pgcd de m et de n ?
- e) Quel est le ppmc de m et de n ?
- f) Duquel des deux nombres 4 est-il diviseur ?
- g) Duquel des deux nombres 15 est-il diviseur ?

NO32 On recherche

Trouve :

- a) des carrés parfaits compris entre 50 et 100 ;
- b) des carrés parfaits diviseurs de 100 ;
- c) des cubes parfaits multiples de 2 ;
- d) des cubes parfaits compris entre 100 et 400 ;
- e) des cubes parfaits multiples de 5 ;
- f) des nombres qui sont à la fois des carrés parfaits et des cubes parfaits ;
- g) les diviseurs de 400 supérieurs à 200 ;
- h) des nombres premiers divisibles par 1 et par 7 ;
- i) des multiples de 8 compris entre 51 et 55 ;
- j) un multiple de 5 et de 7 qui se termine par 3 ;
- k) des multiples à la fois de 5 et de 7, compris entre 100 et 200 ;
- l) un multiple de 17 et de 18 qui se termine par 8.

NO33 Qu'en dire ?

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifie tes réponses.

- a) Le produit de deux nombres est toujours supérieur à leur somme.
- b) Il n'existe aucun nombre naturel impair égal à la somme de ses diviseurs inférieurs à lui-même.
- c) Le ppmc de deux nombres premiers distincts est toujours égal à leur produit.
- d) Si un nombre est inférieur à 10, alors son carré est inférieur à 100.
- e) Il n'existe aucun carré parfait qui, augmenté de 2, soit égal à un cube parfait.

NO34 Boîte de jeux

Une boîte de jeux a la forme d'un parallélépipède rectangle.

Ses faces ont pour aire 96 cm^2 , 160 cm^2 et 240 cm^2 .

Quel est le volume de la boîte ?



NO35 L'escalier

Un menuisier désire construire un escalier composé de deux parties, l'une de 2,88 m de hauteur, l'autre de 3,52 m de hauteur.

Il désire évidemment construire des marches de même hauteur, comprise entre 15 cm et 20 cm.

Détermine la hauteur exacte de chaque marche et le nombre total de marches.

NO36 Découpage

Les dimensions d'un parallélépipède rectangle sont 48 cm, 120 cm et 144 cm.

On veut le découper entièrement en cubes identiques de plus de 5 cm d'arête, sans aucune perte.

Combien y a-t-il de solutions ?

NO37 La parcelle

Un jardinier désire planter une haie autour d'une parcelle rectangulaire de longueur 10,8 m et de largeur 7,8 m.

Il place un plant à chaque sommet du rectangle.

La distance entre deux plants doit toujours être la même et doit être égale à un nombre entier de centimètres.

- Détermine la plus grande distance possible entre deux plants.
- Calcule le nombre de plants nécessaires pour entourer la parcelle rectangulaire.

NO38 Les dix premiers nombres premiers

De la liste des neuf premiers nombres premiers 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23, on enlève successivement deux nombres dont le produit est 34, deux nombres dont le produit est 69, deux nombres dont le produit est 95 et deux nombres dont le produit est 143.

Que vaut le produit du nombre restant par le dixième nombre premier ?